

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

GUILHERME NICLEWICZ SADDock DE SÁ

AVALIAÇÃO COMPUTACIONAL DA RESERVA DE CARGA DE “REGIÕES B e D” DE
CONCRETO ARMADO CONSIDERANDO A DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS,
MODELOS CONSTITUTIVOS NÃO-LINEARES PARA OS MATERIAIS E
DANIFICAÇÃO DO CONCRETO.

CURITIBA

2020

GUILHERME NICLEWICZ SADDOCK DE SÁ

AVALIAÇÃO COMPUTACIONAL DA RESERVA DE CARGA DE “REGIÕES B e D” DE CONCRETO ARMADO CONSIDERANDO A DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS, MODELOS CONSTITUTIVOS NÃO-LINEARES PARA OS MATERIAIS E DANIFICAÇÃO DO CONCRETO.

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Métodos Numéricos em Engenharia pelo Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Área de Concentração em Mecânica dos Sólidos Computacional, dos Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado

CURITIBA

2020

CATALOGAÇÃO NA FONTE – SIBI/UFPR

S111a

Sá, Guilherme Niclewicz Saddock de

Avaliação computacional da reserva de carga de “regiões b e d” de concreto armado considerando a distribuição das armaduras, modelos constitutivos não-lineares para os materiais e danificação do [recurso eletrônico]/ Guilherme Niclewicz Saddock de Sá. Curitiba, 2020.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Área de Concentração em Mecânica dos Sólidos Computacional, dos Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado

1. Concreto armado. 2. Análise matemática. I. Machado, Roberto Dalledone. II. Título.

CDD 620.11245

Bibliotecária: Vilma Machado CRB9/1563

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **GUILHERME NICLEWICZ SADDOK DE SÁ** intitulada: **AVALIAÇÃO COMPUTACIONAL DA RESERVA DE CARGA DE "REGIÕES B e D" DE CONCRETO ARMADO CONSIDERANDO A DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS, MODELOS CONSTITUTIVOS NÃO LINEARES PARA OS MATERIAIS E DANIFICAÇÃO DO CONCRETO**, sob orientação do Prof. Dr. ROBERTO DALLEONE MACHADO, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 20 de Fevereiro de 2020.



MARCOS ARNDT

Presidente da Banca Examinadora



p/ ROBERTO DALLEONE MACHADO
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

PARTICIPAÇÃO POR VIDEOCONFERÊNCIA



RAFAEL ALVES DE SOUZA

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ)



LUIZ ALKIMIN DE LACERDA

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)



RENATA SA BRITO STRAMANDINOLI

Avaliador Externo (null)

RESUMO

O dimensionamento de estruturas de concreto armado visa definir a quantidade e a distribuição de armaduras necessárias nas peças. Em regiões que apresentam perturbações no campo de tensões (conhecidas na literatura como “Regiões D”), o Método das Bielas é empregado para o dimensionamento das peças. Uma das dificuldades na aplicação do método é a determinação prévia do campo de tensões, pois este depende da própria geometria da peça e do detalhamento das armaduras. Por esse motivo, preliminarmente, análises elásticas geralmente são empregadas para sugerir uma provável distribuição de tensões que pode definir o modelo de escoras e tirantes. Entretanto, considerando o Estado Limite Último (ELU), a distribuição de tensões pode ser afetada por efeitos não-lineares decorrentes das relações constitutivas dos materiais (concreto e aço), do processo de danificação que a peça venha a sofrer e da distribuição de armaduras. O presente trabalho tem como objetivo apresentar análises computacionais não-lineares em diversas peças de concreto armado, considerando a distribuição de armaduras, a fim de avaliar o seu real comportamento no ELU, e comparar com os resultados estimados pelos métodos usuais de dimensionamento, notadamente o Método das Bielas. Para tanto, são desenvolvidos modelos computacionais de concreto armado através do software de elementos finitos ABAQUS, considerando a Mecânica do Dano Plástico. Os modelos aqui elaborados reproduzem detalhadamente as armaduras utilizadas, inclusive, as construtivas, procurando avaliar a influência da distribuição de armaduras no campo de tensões da peça e na sua capacidade resistente. Diversas situações são examinadas e os resultados são comparados com os processos convencionais de cálculo ou com o Método das Bielas. Os exemplos desenvolvidos confirmam que a distribuição de tensões e a capacidade resistente são afetadas pela distribuição de armaduras adotada. Dessa forma, pretende-se avaliar como ocorre a evolução das tensões no interior dos elementos e como as armaduras influenciam em sua topologia e resistência final.

Palavras-chave: 1. Escora e Tirantes 2. Método dos Elementos Finitos 3. Método das Bielas 4. Concreto Armado 5. Análise Não-Linear

ABSTRACT

The design phase of reinforced concrete structures aims to define the amount and distribution of steel rebars (reinforcement) required in the elements to support the project loads. In regions where the stress field is complex ("D Regions"), the Strut and Tie Method is used to design the concrete elements. One of the difficulties in the application of the method is the determination of stress field that the element will possess, since it depends on the element geometry and the amount of reinforcement used. For this reason, on an initial step, elastic analyzes can be used to suggest a probable field of stresses to be used in the definition of the Strut and Tie Model. However, in the ultimate strength, the stress distribution can be affected by non-linear effects like non regular constitutive relations of the materials (concrete and steel), by damage processes that the part will suffer and by the distribution of reinforcements. The objective of this work is to present nonlinear computational analysis of several elements of reinforced concrete, considering the distribution of reinforcement, in order to evaluate its real behavior in the ultimate state, and to compare with the results predicted by the usual methods of design, mainly the Strut and Tie method. In order to reach this objective, the models of reinforced concrete are developed through the software of finite elements ABAQUS, considering Concrete Damage Plasticity. The models constructed on this paper consider the reinforcement distribution, including the constructive ones, trying to evaluate its influence in the field of tensions and its resistant capacity. Several situations are examined, and the results are compared with the conventional design methods or with the Strut and Tie Model. The developed examples confirm that the stress field and the resistance capacity are affected by the reinforcement distribution. In this way, the present work intends to discuss how the Strut and Tie models are affected by non-linear behavior and by the designed enforcements.

Keywords: 1. Strut and Tie 2. Finite Element Method 3. Truss Models 4. Reinforced Concrete 5. Non-Linear Analysis

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1 – Componentes do Concreto convencional.....</i>	<i>13</i>
<i>Figura 2 – Detalhe típico de um nó de pórtico em Concreto Armado.....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 3 – Mesoestrutura do concreto.....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 4 – Microestrutura do concreto.....</i>	<i>15</i>
<i>Figura 5 – Exemplos de regiões D e B.....</i>	<i>17</i>
<i>Figura 6 – Viga ensaiada por Mörsch em 1910.....</i>	<i>22</i>
<i>Figura 7 – Analogia de treliça de Mörsch.....</i>	<i>22</i>
<i>Figura 8 – Modelos ensaiados por Blévy e Frémy.....</i>	<i>23</i>
<i>Figura 9 – Modelo simulado experimentalmente por Campos.....</i>	<i>26</i>
<i>Figura 10 – Padrão de fissuração experimental X simulação computacional.....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 11 – Resultado da danificação de um nó de pórtico submetido a ações de terremotos.....</i>	<i>28</i>
<i>Figura 12 – Modelo computacional X Simulação real de viga T.....</i>	<i>29</i>
<i>Figura 13 - Extensômetro para ensaios de tração.....</i>	<i>31</i>
<i>Figura 14 – Comportamento de um material elástico.....</i>	<i>32</i>
<i>Figura 15 – Comportamentos típicos de materiais elásticos.....</i>	<i>33</i>
<i>Figura 16 - Relação constitutiva de um material elasto-plástico.....</i>	<i>34</i>
<i>Figura 17 – Comportamento típico de um material plástico (a) perfeito; (b) com endurecimento.....</i>	<i>34</i>
<i>Figura 18 - Modelo Viscoso (dependência das deformações em relação ao tempo).....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 19 - Diagrama NBR 6118 (2014) X Eurocode 2(2004).....</i>	<i>37</i>
<i>Figura 20 - Esquema das tensões de um corpo de prova submetidos a ensaios uniaxiais.....</i>	<i>39</i>
<i>Figura 21 - Diagrama típico encontrado em ensaios de compressão uniaxial.....</i>	<i>40</i>
<i>Figura 22 - Relação Tensão deformação Hsu Hsu (1994).....</i>	<i>41</i>
<i>Figura 23 - Amolecimento x Enrijecimento a tração.....</i>	<i>42</i>
<i>Figura 24 - Modelos de amolecimento.....</i>	<i>43</i>
<i>Figura 25 - a) Seção com tensão limite (ruptura) b) Alívio de tensão.....</i>	<i>44</i>
<i>Figura 26 - Elemento de ligação de aderência.....</i>	<i>45</i>
<i>Figura 27 - Modelos: a) Scanlon-Murray; b) Lin e Scordelis; c) Vebo e Ghali; d) Gilber e Warner.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 28 - Modelo original x adaptado.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 29 - Diagrama experimental X modelo numérico.....</i>	<i>47</i>
<i>Figura 30- Diagrama tensão/deformação com a consideração da plastificação (danificação) do concreto em compressão.....</i>	<i>50</i>
<i>Figura 31 - Diagrama tensão/deformação com a consideração da plastificação (danificação) do concreto em tração.....</i>	<i>51</i>
<i>Figura 32 - Envoltória resistente de quatro diferentes corpos de prova carregados biaxialmente.....</i>	<i>53</i>
<i>Figura 33 - Ensaio de corpo de prova em estado plano de tensões.....</i>	<i>54</i>
<i>Figura 34 - Envoltória completa para estado biaxial de tensões.....</i>	<i>55</i>
<i>Figura 35 - Ensaio triaxiais de corpos de prova.....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 36 - Ensaos triaxiais de compressão.....</i>	<i>57</i>

<i>Figura 37 - Superfície de falha genérica para o concreto.....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 38 - Superfície de ruptura convexa no plano deviatório para tensões baixas de compressão.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 39 - Seções da superfície de ruptura no plano deviatório.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 40 - Formato de uma superfície de falha genérica para o concreto no espaço de Haigh-Westergaard</i>	<i>60</i>
<i>Figura 41 - Plano meridional da superfície de falha para o concreto</i>	<i>61</i>
<i>Figura 42 - Critérios de falha</i>	<i>62</i>
<i>Figura 43 - Superfície de Tresca (a); superfície de Mises (b) e sobreposição dos critérios sobre o plano deviatório (c).....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 44 – Critério de Drucker-Prager: Plano meridiano e plano deviatório</i>	<i>65</i>
<i>Figura 45 – Representação espacial do critério de Drucker-Prager</i>	<i>65</i>
<i>Figura 46 – Superfície de Willian-Warnke no plano deviatório</i>	<i>66</i>
<i>Figura 47 – Vista meridional da superfície de Willian-W</i>	<i>67</i>
<i>Figura 48 – Diagrama tensão/deformação para aço com patamar de escoamento</i>	<i>68</i>
<i>Figura 49 – Modelo elasto-plástico perfeito e diagrama trilinear para o aço</i>	<i>69</i>
<i>Figura 50 – Curvas típicas para barras de aço</i>	<i>69</i>
<i>Figura 51 – Comportamento experimental de barras tracionada no concreto.....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 52 – Efeito pino da armadura e engrenamento dos agregados</i>	<i>70</i>
<i>Figura 53 – Trecho de viga analisada pela hipótese de Euler Bernoulli.....</i>	<i>72</i>
<i>Figura 54 – Simulação de Viga-parede com concentração de tensões em regiões de descontinuidade ..</i>	<i>73</i>
<i>Figura 55 – Regiões destacadas (regiões D) com distribuição de deformações não-lineares por descontinuidade geométricas ou estáticas.</i>	<i>74</i>
<i>Figura 56 – Treliza idealizada por Riter e Mörsch.....</i>	<i>75</i>
<i>Figura 57 – Distribuição de tensões no interior de uma viga de concreto analisada pelo método das bielas</i>	<i>77</i>
<i>Figura 58 – Disposição das armaduras propostas por Almeida et al (2013) e por Schlaich et al (1987)...</i>	<i>78</i>
<i>Figura 59 – Modelo de escoras e tirantes desenvolvido no programa CAST.....</i>	<i>79</i>
<i>Figura 60 – Programa AStrutTie usado para simulações de escoras e tirantes.....</i>	<i>79</i>
<i>Figura 61 – Modelo de escoras e tirantes para uma viga-parede.....</i>	<i>81</i>
<i>Figura 62 – Campo de tensões (compressão) em uma viga-parede com abertura.....</i>	<i>82</i>
<i>Figura 63 – Fluxo de tensões principais para vigas paredes.....</i>	<i>82</i>
<i>Figura 64 – Aplicação do procedimento de caminho de cargas</i>	<i>84</i>
<i>Figura 65 – Solução boa de análise x solução ruim.....</i>	<i>85</i>
<i>Figura 66 – Modelos normativos retirados do CEB-FIP para vigas parede.....</i>	<i>86</i>
<i>Figura 67 – Modelos normativos retirados do CEB-FIP para nós de pórtico.....</i>	<i>86</i>
<i>Figura 68 – Diferentes tipos de otimização topológica estrutural.....</i>	<i>87</i>
<i>Figura 69 – Tensões em uma viga-parede simulada linearmente e não-linearmente</i>	<i>89</i>
<i>Figura 70 – Fluxograma método das Escoras e tirantes</i>	<i>91</i>
<i>Figura 71 – Escora do tipo radial ou em leque (fan).....</i>	<i>93</i>
<i>Figura 72 – Escora do tipo “garrafa” (bottle)</i>	<i>94</i>

Figura 73 – Escora do tipo prismática	94
Figura 74 – Dimensionamento das armaduras transversais para bielas do tipo “garrafa”: a) diagrama das taxas de armaduras necessárias em função da geometria do elemento, b) Geometria de um campo de tensões do tipo “garrafa”	95
Figura 75 – Exemplos de nós contínuos e nós singulares em “Regiões D”	100
Figura 76 – Restrição apoio modelo ABAQUS.....	108
Figura 77 - Malha do modelo.....	108
Figura 78 - Parâmetros relacionados ao modelo de dano plástico	109
Figura 79 – Influência do parâmetro K sobre a superfície de escoamento	109
Figura 80 – Danificação do ensaio computacional para diversos valores de μ	111
Figura 81 - Diagrama tensão/deformação na tração	113
Figura 82 - Evolução das tensões no concreto	114
Figura 83 - Resposta elemento próximo a base do conjunto (tração).....	114
Figura 84 – Diagrama tensão/deformação na compressão	117
Figura 85 – Modelo de teste para compressão simples	118
Figura 86 – Tensões no espécime para uma pressão de 25 MPa (limite de ruptura).....	118
Figura 87 – Resposta de um elemento próximo a base do conjunto (compressão)	119
Figura 88 – Diagrama Tensão/Deformação aço com endurecimento	121
Figura 89 – Esquema do problema – Viga fina bi apoiada	123
Figura 90 – Entrada de dados da planilha de dimensionamento de vigas finas.....	124
Figura 91 – Resultado do dimensionamento para o maior momento fletor e força cortante.....	125
Figura 92 – Modelo de viga fina utilizado – destaque para a montagem das armaduras	126
Figura 93 – Gráfico de carga por deslocamento máximo vertical	128
Figura 94 – Dano no concreto ao longo do processo de análise da viga	129
Figura 95 – Tensões e deformações plásticas nas armaduras.....	130
Figura 96 – Geometria do problema – viga-parede bi apoiada.....	131
Figura 97 – Condições de contorno da viga-parede.....	132
Figura 98 – Resultados do modelo elástico linear.....	133
Figura 99 – Modelo 1 de bielas para viga-parede	134
Figura 100 – Detalhe da armação da Viga-parede.....	136
Figura 101 – Resultados da viga-parede sem reforço no instante anterior a ruptura do elemento	136
Figura 102 - Resultados da viga-parede com 50% de $A_{s,p}$ no instante anterior a ruptura do elemento.....	139
Figura 103 – Tensão na armadura do modelo 3 no incremento anterior a ruptura do elemento.....	141
Figura 104 – Resultados da viga-parede com 100% de $A_{s,p}$ no instante anterior a ruptura do elemento	142
Figura 105 – Tensão na armadura do modelo 4 no incremento anterior a ruptura do elemento.....	144
Figura 106 – Perspectiva das armaduras do Modelo 5 com tirantes e armaduras de pele verticais e horizontais	145
Figura 107 – Resultados da viga-parede com 100% de $A_{s,p}$ e com armaduras complementares	146
Figura 108 – Energia de danificação total para toda modelo da viga-parede.....	149

<i>Figura 109 – Deslocamento na face inferior central da Viga-parede</i>	<i>150</i>
<i>Figura 110 – Tensão e deformações plásticas nas armaduras da viga-parede</i>	<i>151</i>
<i>Figura 111 – Detalhamento do pilar.....</i>	<i>153</i>
<i>Figura 112 – Modelo de escoras e tirantes utilizado por Campos (2007)</i>	<i>154</i>
<i>Figura 113 – Armadura do Bloco e Colarinho</i>	<i>155</i>
<i>Figura 114 – Planta baixa das dimensões do bloco ensaiado</i>	<i>156</i>
<i>Figura 115 – Elevações e Isométrico do modelo computacional</i>	<i>157</i>
<i>Figura 116 – Resultados da simulação do bloco de duas estacas</i>	<i>158</i>
<i>Figura 117 – Posicionamento dos transdutores de deslocamento por Campos.....</i>	<i>161</i>
<i>Figura 118 – Fissuras no modelo experimental para carga de ruptura</i>	<i>163</i>
<i>Figura 119 – Primeiras fissuras encontradas no modelo experimental.....</i>	<i>163</i>
<i>Figura 120 – Posicionamento dos extensômetros para o modelo experimental.....</i>	<i>164</i>
<i>Figura 121 – Tensão e deformações plásticas nas armaduras para carga de ruptura</i>	<i>165</i>

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 1 – Valores limites para o ângulo entre escoras e tirantes em um nó.....</i>	<i>100</i>
<i>Tabela 2 - Parâmetros do concreto (modelo tração).....</i>	<i>112</i>
<i>Tabela 3 - Relação tensão/deformação a tração.....</i>	<i>112</i>
<i>Tabela 4 – Parâmetros concreto (modelo compressão)</i>	<i>115</i>
<i>Tabela 5 – Relação tensão/deformação na compressão</i>	<i>116</i>
<i>Tabela 6 – Parâmetros do modelo para o concreto a compressão usados no trabalho</i>	<i>120</i>
<i>Tabela 7 - Parâmetros do modelo para o concreto a tração usados no trabalho.....</i>	<i>120</i>
<i>Tabela 8 – Carga de Dimensionamento X Carga de Ruptura</i>	<i>127</i>
<i>Tabela 9 – Força última (ruptura) entre os modelos</i>	<i>160</i>
<i>Tabela 10 – Comparação entre os deslocamentos dos modelos</i>	<i>162</i>
<i>Tabela 11 – Comparação entre deformação da armadura nos tirantes principais</i>	<i>164</i>

Sumário

1. Introdução	13
1.1. Motivação/ Importância Tema/ Contextualização	13
1.2. Objetivos	19
1.3. Organização do trabalho.....	20
2. Revisão Bibliográfica.....	21
2.1. Histórico das pesquisas relacionadas ao presente trabalho	21
3. Revisão Teórica	30
3.1. Modelos Constitutivos.....	30
3.1.1. Tipologias clássicas de modelos constitutivos.....	31
3.1.1.1. Modelo Elástico	32
3.1.1.2. Modelo Plástico	33
3.1.1.3. Modelo Viscoso	34
3.1.2. Modelo constitutivo para o Concreto	35
3.1.2.1. Comportamento do concreto à compressão simples em estado uniaxial	38
3.1.2.2. Comportamento do concreto à tração em estado uniaxial	42
3.1.2.3. Considerações sobre a mecânica do dano	47
3.1.2.4. Comportamento do concreto em estados biaxiais	52
3.1.2.5. Comportamento do concreto em estados tri axiais	55
3.1.3. Modelo constitutivo para o aço.....	67
3.2. Métodos das Bielas	71
3.2.1. Regiões D e B.....	71
3.2.2. Analogia Clássica de Treliça para vigas de concreto armado.....	75
3.2.3. Histórico sobre Método das Bielas	77
3.2.4. Métodos para a obtenção da configuração da estrutura equivalente	81
3.2.4.1. Modelos a partir de análises elásticas	82
3.2.4.2. Processo do caminho de cargas	84
3.2.4.3. Modelos normativos	85
3.2.4.4. Procedimentos automáticos de geração.....	86
3.2.4.5. Análises não-lineares	88
3.2.5. Resumo da construção para o modelo	90
3.2.6. Parâmetros de dimensionamento do Método das Bielas.....	92
3.2.6.1. Tipologia das Escoras	93
3.2.6.2. Limites normativos para escoras de concreto.....	95
3.2.6.3. Tipos de regiões nodais e limites normativos	99

3.2.6.4. Dimensionamento dos tirantes	104
4. Metodologia.....	105
4.1. Modelo constitutivo – Análise Linear.....	107
4.2. Análise não-linear considerando a Mecânica do Dano	107
4.3. Modelo Constitutivo do Concreto – Análise Não-linear.....	119
4.4. Modelo Constitutivo do Aço – Análise Não-linear	120
5. Problemas propostos e resultados	122
5.1. Viga fina bi apoiada com carga distribuída (Euler Bernoulli).....	123
5.1.1. Modelo 1 (Análise não-linear).....	126
5.2. Viga-parede bi apoiada sujeita a carregamento simétrico	131
5.2.1. Modelo 1 (Análise elástica linear).....	132
5.2.2. Modelo 2 (Análise não-linear).....	136
5.2.3. Modelo 3 (Análise não-linear).....	138
5.2.4. Modelo 4 (Análise não-linear).....	142
5.2.5. Modelo 5 (Análise não-linear).....	145
5.3. Bloco sobre duas estacas.....	153
5.3.1. Modelo 1 (Análise não-linear).....	156
6. Conclusão e sugestões para trabalhos futuros	166
6.1. Conclusão.....	166
6.2. Sugestões para trabalhos futuros	167
Referências	169

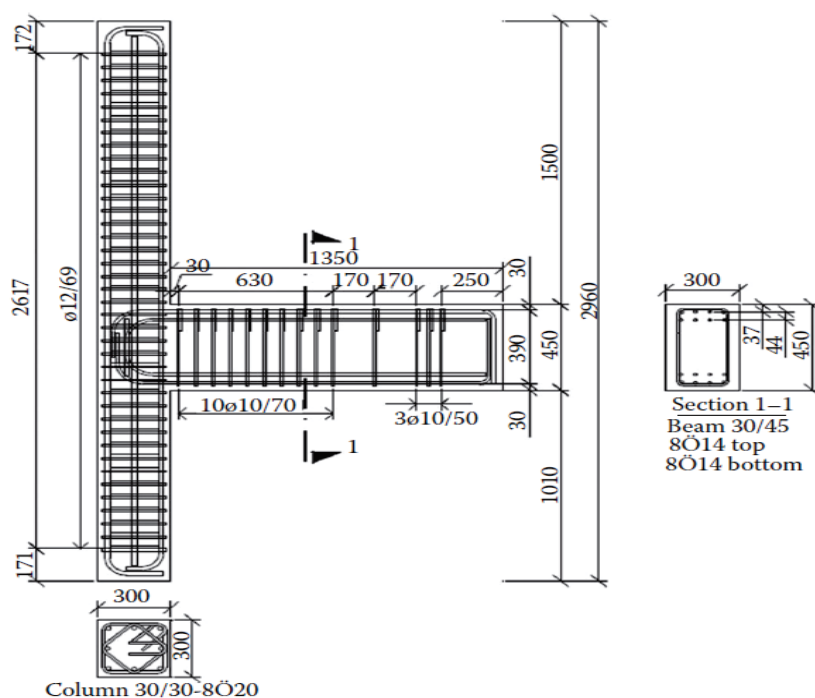
1. Introdução

1.1. Motivação/ Importância Tema/ Contextualização

O Concreto armado é um material composto formado, basicamente, pela combinação de dois componentes principais: o concreto e o aço. O primeiro é feito a partir de uma mistura em proporções bem definidas de agregado miúdo (areia), aglomerante (cimento), agregado graúdo (brita), água e algumas vezes, aditivos para garantir características específicas para o material – Figura 1. Os seus componentes são facilmente encontrados na natureza, possuem um baixo custo e após misturados obtém-se um material com ótimo desempenho estrutural quando comprimido, por isso, o concreto é muito utilizado na indústria e em construções civis. O principal ponto negativo deste material, além de seu elevado peso próprio, é sua baixa resistência às tensões de tração (correspondente aproximadamente a 10% da sua resistência à compressão). Assim sendo, para melhorar o seu desempenho estrutural, é necessário acrescentar ao concreto algum material que resista bem a esforços de tração. Um dos materiais mais empregados com essa finalidade é o aço, que é um material fabricado industrialmente a partir da fusão, em alto-fornos, de duas matérias primas principais: o ferro gusa e sucata de aço. Este material é muito mais nobre do ponto de vista estrutural, pois apresenta uma resposta muito boa para tensões, tanto de tração, quanto de compressão, porém o seu grande inconveniente é o custo. O aço e o concreto quando combinados corretamente (concreto armado) apresentam um ótimo desempenho estrutural e um excelente relação custo benefício. Na Figura 2 está representado, a título de ilustração, o detalhamento de uma estrutura de concreto armado.



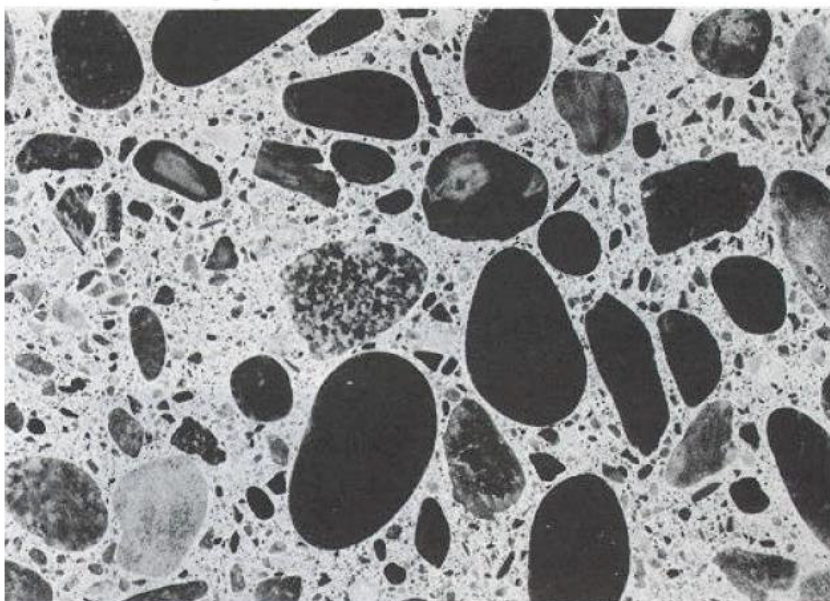
Figura 2 – Detalhe típico de um nó de pórtico em Concreto Armado



Fonte: (Kotsovos, 2015)

O concreto de cimento Portland é um material composto, poroso e possui uma formação bastante heterogênea. Kaefer (2003) mostra que, em um nível mesoestrutural, é possível identificar dois constituintes principais no concreto: a pasta de cimento e partículas de agregado graúdo – Figura 3.

Figura 3 – Mesoestrutura do concreto



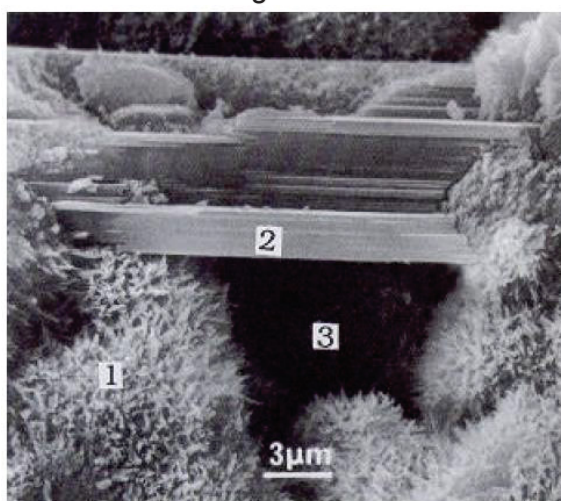
Fonte: (Metha & Monteiro, 1994)

Metha & Monteiro (1994) explicam que a interface entre agregado graúdo e a pasta de cimento possuem características diferentes do restante da matriz de cimento, sendo locais mais propícios à formação de vazios (poros). Também segundo os autores, tanto na matriz da pasta, como nas zonas de transição junto aos agregados graúdos, têm uma distribuição heterogênea de diferentes tipos e quantidades de fases sólidas, poros e microfissuras. Some-se a isso o fato de que, com o tempo, esta estrutura está sujeita a modificações devido a fenômenos como a retração, umidade e temperatura do ambiente. Todos estes fatores mostram que o concreto é um material com características únicas e incertas em seu nível microscópico.

Moranville (1992) explica que a pasta de cimento que envolve os grãos de areia e de agregado graúdo é constituída por diferentes tipos de compostos hidratados de cimento. Os mais importantes são os silicatos hidratados (C-S-H) que aparecem como estruturas fibrosas, o carbonato de cálcio (Ca(OH)_2) que cristaliza em grandes placas hexagonais superpostas e a etringita, que cristaliza no início da pega, formando estruturas semelhantes a agulhas. A microestrutura interna do concreto de cimento Portland possui diversos poros (cavidades ou vazios) entre os compostos hidratados, com tamanhos entre 100 nm e alguns milímetros.

Na Figura 4 é possível ver como se distribuem microscopicamente os diversos componentes constituintes do concreto e a formação de poros ou vazios no interior da matriz de cimento (pasta de cimento).

Figura 4 – Microestrutura do concreto



- 1: C-S-H
- 2: Ca(OH)_2 ou (C-H)
- 3: Vazio Capilar

Fonte: (Kaefer, 2003 - adaptado de Moranville (1992))

Tendo em vista o alto nível de heterogeneidade e a complexidade da estrutura interna do concreto, é possível inferir que simular o seu comportamento exato a partir de

modelos computacionais não seja uma tarefa trivial. Convém destacar que quando se projetam estruturas de concreto armado, são realizadas inúmeras simplificações acerca do comportamento dos materiais para tornar o processo de dimensionamento e até detalhamento mais rápido e viável.

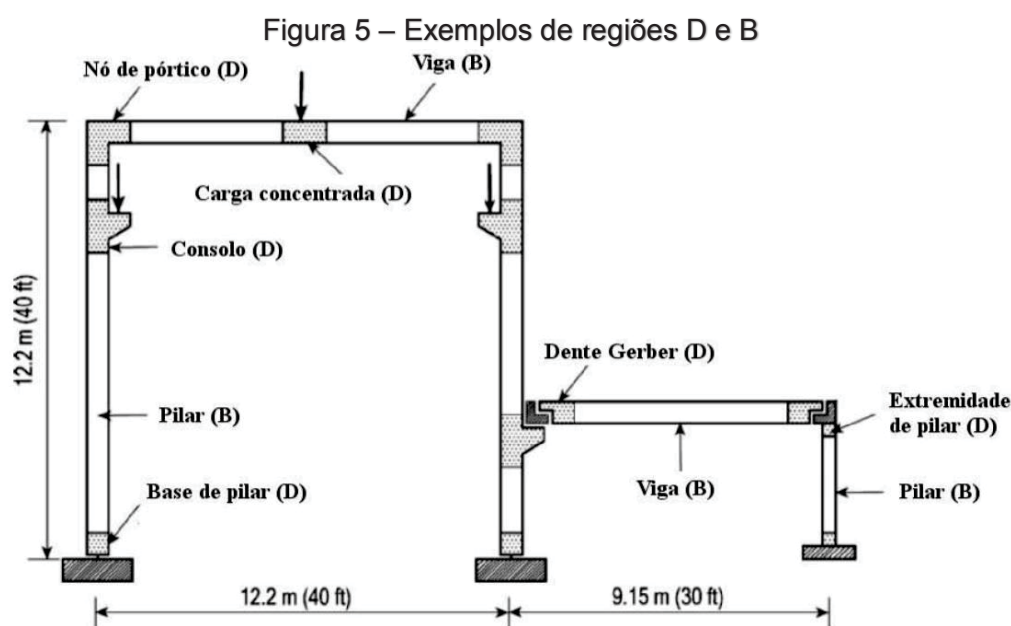
No mercado atual de projetos de estruturas de concreto armado está muito difundido o uso de análises elásticas lineares de estruturas. Isso significa que se utiliza uma simplificação de parâmetros para o material concreto armado – descrevendo o seu comportamento, geralmente, a partir de apenas dois parâmetros: módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. O módulo de elasticidade fornece uma relação de quanto a estrutura irá deformar frente a um carregamento imposto, enquanto o coeficiente de Poisson está associado às deformações transversais do material.

O modelo elástico linear possui diversas limitações, a mais evidente delas é a inexistência de um limitador para o carregamento último da estrutura – o deslocamento depende apenas do módulo de elasticidade utilizado. A resposta dos elementos simulados com este método, para verificações em serviço, são válidas apenas para o trecho onde o momento de fissuração ainda não foi atingido, pois até esse momento o módulo de elasticidade secante ainda é válido. Para carregamentos que excedam o momento de fissuração, o módulo de elasticidade do material deve ser atualizado a cada incremento de carga (devido ao processo de fissuração ou plastificação), o que caracteriza uma análise não-linear.

Modelos elásticos lineares são modelos seguros para serem usados em dimensionamentos correntes, pois todos os esforços são verificados depois da análise e isto basta para garantir um limite inferior de resistência para a estrutura (teoria do limite inferior da plasticidade). Porém quando pretende-se chegar a respostas mais precisas sobre o real comportamento das peças é necessária a construção de modelos mais refinados, os quais denominam-se modelos não-lineares físicos (levando em conta a degradação da rigidez dos materiais e a provável plastificação) e geométricos (levando em conta a mudança na geometria da estrutura durante a aplicação do carregamento). Análises não-lineares devem ser feitas com aplicação das cargas de forma incremental ou com controle de deslocamentos.

A NBR 6118-2014 que trata sobre o dimensionamento de estruturas de concreto armado, separam as estruturas em dois grandes grupos. O primeiro deles trata sobre estruturas convencionais como vigas finas, pilares e lajes aonde se aplica a teoria proposta por Euler-Bernoulli (na qual é válida a hipótese de que as seções transversais

continuam planas, mesmo após ocorrer deformações no elemento). O outro grupo é constituído por elementos descontínuos (denominados de “Regiões D”) como vigas paredes, blocos sobre estacas, nós de pórticos e outros elementos especiais. Esses últimos devem ser dimensionados a partir de outros métodos, como o Método das Bielas (Blévyot, 1967), que será explorado no terceiro capítulo deste trabalho. Na Figura 5 estão representados alguns exemplos de elementos pertencentes aos dois grupos citados, sendo que as partes hachuradas representam as “Regiões D”.



Fonte: (Mello, 2015)

Enquanto os modelos e parâmetros usados no dimensionamento de “Regiões B” são bem difundidos no meio científico e técnico e pouco variam entre diferentes bibliografias (autores e normas internacionais), as teorias relacionadas ao dimensionamento de “Regiões D” ainda carregam diversas incertezas. Atualmente não existe um consenso entre os autores sobre o melhor método para conceber a estrutura de treliça equivalente usada para dimensionar regiões descontínuas (no terceiro capítulo deste trabalho apresentam-se algumas formas de idealizar estas configurações de bielas), de tal modo que a concepção fica atrelada à experiência do profissional. É preciso também citar que talvez seja uma utopia a busca pela configuração de escoras e tirantes “ótima”, pois como o concreto é um material que possui uma excelente capacidade de readaptação plástica, as estruturas aceitam bem diferentes configurações de bielas. Sendo assim, analisando as recomendações sobre ângulos limites, em termos de tensões resistentes nodais e parâmetros de dimensionamento propostos por diversos autores, é possível encontrar ainda muita divergência.

Tendo tudo isto em vista, é razoável esperar inconsistências entre os diferentes modelos e comprovações experimentais. A concordância entre eles se dá possivelmente nos estágios menos intensos de carga, mas, na medida em que o carregamento se aproxima do momento de fissuração, fica a dúvida da pertinência dos mesmos. Avaliar estas diferenças é um assunto de interesse para projetistas e pesquisadores. O presente trabalho se propõe a contribuir com esta questão.

1.2. Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo realizar uma discussão sobre a aplicação de simulações não-lineares de estruturas de concreto armado para ambos os grupos de regiões citadas, B e D, porém, dando ênfase aos elementos de “Regiões D”. Busca-se simular de forma mais refinada o real comportamento dessas peças estruturais durante toda a sua fase de carregamento.

Sendo assim, como **objetivo principal**, este trabalho pretende:

- Avaliar a capacidade de carga de elementos dimensionados a partir de modelos de Euler Bernoulli e, especificamente, modelos de Bielas, considerando a distribuição das armaduras, os modelos constitutivos não-lineares dos materiais e a danificação do concreto.

Os **objetivos secundários** deste trabalho são:

- Avaliar as distribuições de tensões no interior de elementos de concreto armado dimensionados através de modelos de Euler Bernoulli e, especialmente, pelo Método das Bielas (“Regiões D”).
- Avaliar a distribuição de fissuras nos modelos simulados através de parâmetros que medem a degradação da rigidez (aplicação da Mecânica do Dano Plástico).
- Estimar a carga de ruptura dos elementos simulados e comparar com as cargas usadas no dimensionamento, a fim de avaliar quanto cada peça estudada possui de capacidade de carga.
- Analisar a influência da taxa e do posicionamento das armaduras no comportamento de elementos de concreto armado.
- Considerar a influência de armaduras complementares (construtivas), prescritas por códigos normativos na resposta final de elementos de concreto armado.
- Apresentar uma metodologia para simulação não-linear de estruturas de concreto armado com a utilização de ferramentas baseadas em elementos finitos e na mecânica do dano.

1.3. Organização do trabalho

No presente capítulo foram introduzidos os assuntos que serão abordados no trabalho de forma a situar o leitor sobre a sua importância. Também foram apresentados os objetivos que pretendem ser alcançados na dissertação.

No capítulo dois é realizada uma revisão da bibliografia atual, citando alguns dos principais trabalhos relacionados aos temas que foram explorados no presente trabalho. A revisão é apresentada de maneira cronológica para que o leitor possa entender a evolução do conhecimento no decorrer dos anos.

No terceiro capítulo se apresenta uma revisão teórica compacta sobre os assuntos mais relevantes explorados no trabalho. Nele, buscou-se apresentar a base da teoria usada para a construção dos modelos desenvolvidos presente trabalho. O capítulo foi dividido em duas partes, quais sejam: Modelos Constitutivos e Método das Escoras e tirantes.

O quarto capítulo apresenta a metodologia usada para desenvolvimento dos modelos, assim como parâmetros, técnicas de modelagem e simulações iniciais usadas para comprovar o funcionamento dos modelos constitutivos propostos.

No quinto capítulo são apresentadas as geometrias e parâmetros essenciais dos problemas propostos e - discussões sobre os resultados encontrados para cada modelo.

Por fim, no sexto capítulo se apresentam as conclusões sobre tudo que foi desenvolvido na dissertação e são sugeridos alguns temas para trabalhos futuros.

2. Revisão Bibliográfica

Neste capítulo será feita uma revisão da bibliografia abordando os assuntos pertinentes a este trabalho. Apresenta-se um histórico das pesquisas consideradas mais relevantes que já foram realizadas tanto no Brasil como no mundo. Desta forma, pretende-se situar o leitor sobre o que já foi explorado no meio científico relacionado aos temas abordados neste trabalho.

2.1. Histórico das pesquisas relacionadas ao presente trabalho

A ideia de se utilizar modelos de escoras e tirantes no mundo foi inicialmente estudada por um engenheiro alemão denominado Wilhelm Ritter em 1899. Segundo Carvalho (2017), Ritter desenvolveu a teoria que supõe que o mecanismo de resistência das vigas de concreto armado pudesse ser análogo ao de uma treliça hipotética, onde os montantes tracionados e diagonais comprimidas se equilibrassem, formando uma espécie de treliça plana. Ritter também concluiu que o uso de estribos inclinados a 45° , de modo que esses ficassem perpendiculares às escoras de compressão, faziam com que o esquema estrutural fosse muito mais efetivo. Hoje, sabe-se que essa medida realmente aumenta a capacidade resistente do elemento, porém, por razões construtivas, os estribos verticais são muito mais utilizados e encontrados em obras correntes.

Mörsch, em 1910, dando continuidade aos estudos de Ritter, após uma série de ensaios, divulgou a famosa teoria da “Trelliça de Ritter e Mörsch”, como é conhecida na literatura atual. Seus ensaios mostraram que o concreto armado, quando carregado, trabalha internamente com uma configuração análoga a uma treliça para conseguir buscar o equilíbrio. Nestes experimentos foram ensaiadas vigas que possuíam estribos somente em metade do seu comprimento (CARVALHO, 2017).

Os resultados de Mörsch mostraram que não houve ruptura por tração, já que as vigas ensaiadas possuíam armaduras longitudinais suficientemente calculadas para absorver o momento fletor que a peça estava sendo solicitada. As fissuras que se formaram no decorrer do experimento eram fissuras inclinadas localizadas próximos aos apoios onde não havia a colocação de estribos. Na Figura 6 estão apresentados os

resultados obtidos por Mörsch. Do lado esquerdo está a imagem da parte da viga sem a existência de estribos (com fissuras de força cortante) e do lado direito, a outra metade, onde existem armaduras transversais (região íntegra).

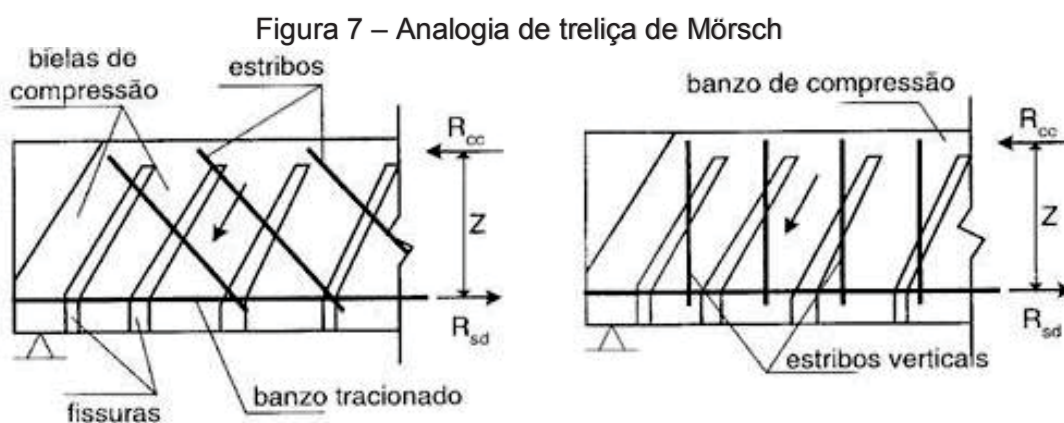
Figura 6 – Viga ensaiada por Mörsch em 1910



Fonte: (Carvalho, 2017)

Mörsch, a partir deste experimento, concluiu que as tensões de tração no plano transversal da viga são combatidas pelas armaduras verticais impostas, e as fissuras se deram por força cortante já que aparecem próximas aos apoios e com a aplicação de cargas elevadas. A partir disso, foi desenvolvida a teoria usada até os dias de hoje, presente na NBR-6118 (2014), para dimensionamento ao cisalhamento de vigas de concreto armado. Conhecida por “treliça de Ritter e Mörsch generalizada”, esta analogia clássica de treliça entende que os montantes representando os estribos das vigas trabalham suspendendo as cargas das bielas inclinadas (diagonais comprimidas) – formando assim, a configuração de uma treliça plana no equilíbrio da viga.

Vale lembrar, que para Mörsch, as escoras inclinadas de compressão possuíam ângulos de 45° constantes ao longo da viga – hoje, sabe-se que as inclinações das escoras variam de acordo com cada caso particular estudado. Na Figura 7 representa-se o esquema da analogia de treliça de Mörsch (Araújo, 2002).



Fonte: (Araújo, 2002)

Em 1967 Blévyot e Frémy realizaram testes em 116 modelos de blocos sobre estacas com várias geometrias. Os resultados encontrados pelos autores servem até hoje de base para a aplicação do Método das Bielas em blocos de fundações. O principal objetivo dos autores era verificar a aplicabilidade da teoria das bielas em relação a ruína do elemento e estudar a influência da taxa e dos arranjos de armaduras nas respostas dos blocos (BLEVOT e FRÉMY, 1967).

Na Figura 8 apresentam-se fotografias de alguns dos modelos de blocos de duas, três e quatro estacas ensaiados por Blévyot e Frémy, pioneiros no desenvolvimento da teoria atualmente disponível, sobre dimensionamento de blocos sobre estacas. Nas imagens é possível ver o padrão da formação de fissuras inclinadas nos blocos.

Figura 8 – Modelos ensaiados por Blévyot e Frémy



Fonte: (Munhoz, 2014)

Carvalho (2017) explica que a norma canadense de concreto armado (CSA) foi a pioneira na inclusão de prescrições sobre o Método das Escoras e tirantes desde o ano de 1994. Segundo Pantoja (2012), os trabalhos mais completos nesta área são os desenvolvidos na década de 80 por Marti (1985), Cook e Mitchell (1988) e Schlaich et al (1987). Esses trabalhos abordam desde procedimentos usuais acerca do uso de escoras e tirantes, como aplicações e sugestões para os valores limites a considerar para as resistências de escoras e nós.

Em 1985, Marti, baseado na Teoria do Limite Superior da Plasticidade (“Upper Bound Methods”) e utilizando diferentes configurações de escoras e tirantes, propôs um novo modelo de dimensionamento para vigas de concreto armado. O procedimento proposto por ele consiste, basicamente, em três passos. Primeiramente, é feita uma escolha inicial acerca das dimensões necessária para o elemento de concreto suportar as cargas solicitantes, baseado na experiência do projetista. Em uma segunda etapa, as dimensões do aço são calculadas, a armadura é posicionada e as tensões no concreto são verificadas a fim de garantir o equilíbrio da peça para a solicitação última (Teorema

do Limite Inferior da Plasticidade). Em um terceiro passo, ele propõe que se avaliem as condições da peça quando solicitadas sob cargas de serviço (uso comum) e o estudo da redistribuição dos esforços, quando o elemento se aproxima da ruptura. O autor desenvolve toda sua teoria a partir de modelos de treliças que buscam investigar o equilíbrio entre as cargas.

Schlaich et al. em 1987 foram pioneiros na generalização da aplicação do Método das Bielas, desenvolvido por Ritter e Mörsch, para outros tipos de elementos. Foram feitos estudos sobre a aplicação desse método em elementos como vigas parede, consolos, blocos de fundação, sapatas, nós de pórticos e furos em vigas. Os autores foram os criadores do Método do Caminhamento de Carga (“Load Path Approach”) – apresentado no capítulo 3 deste trabalho – usado para prever o melhor modelo de treliça para dimensionar cada elemento particular. Os autores também sugerem limites para as resistências de tensões em nós e nas bielas de compressão, além de apresentar muitos exemplos práticos de aplicação do método (SCHLAICH et al, 1987).

Cook e Mitchell, *apud* Carvalho (2017), em 1988 apresentaram uma nova abordagem para o Método das Bielas aplicados a vigas parede, vigas com descontinuidade e consolos. O trabalho dos autores foi desenvolvido com base em comparações com resultados experimentais.

Lubliner *et al.*(1988) usando a Teoria da Plasticidade, propuseram um novo critério de deformação que concordava com dados experimentais. Desse trabalho surgiu umas das mais difundidas teorias da Mecânica do Dano. A precisão deste novo modelo foi avaliada através de alguns exemplos práticos. O trabalho citado impulsionou o estudo de elementos de concreto armado através de análises não-lineares com a utilização do MEF.

Na década de 90, muitos trabalhos relatados por Pantoja (2012) reuniram em um banco de dados, diversos resultados experimentais para tentar determinar com maior precisão a resistência de diferentes tipos de nós e escoras. Nesta década, muita ênfase foi dada sobre os parâmetros de resistência dos elementos que compõe o método das bielas.

O código Internacional CEB-FIP (“Fédération internationale du béton” ou Federação internacional do concreto) em 1990 adotou modelos relacionados ao Método das Bielas e incluiu parâmetros relacionados a resistências limites para nós e bielas. Este foi um passo importante para que outras normas locais caminhassem para a inclusão destes conceitos e parâmetros.

Um trabalho que tem destaque nesta área de pesquisa, é o de Bergmeister *et al* (1993) intitulado por “Detailing for structural concrete”. O trabalho faz uma grande compilação de todo o estado da arte deste tema para o ano de 1993 e apresenta recomendações específicas para o pré-dimensionamento de elementos, e posteriormente, faz verificações sobre modelos de escoras e tirantes. É desse trabalho que vem a classificação de diversos tipos de nós que são usados até hoje na literatura atual (nós CCC, CCT, CTT, TTT), apresentando vários exemplos de aplicações práticas.

O ACI-318 (código americano) e o Eurocode 2 somente em 2002 receberam as primeiras citações sobre a aplicação e parâmetros limite para resistência de bielas e o uso destes modelos de dimensionamento para elementos especiais de concreto armado.

A NBR-6118 (2003) foi a primeira revisão da norma brasileira a incluir em seu conteúdo prescrições e aplicações do Método de Bielas para elementos especiais de concreto armado, e a última revisão feita em 2014 aperfeiçoou os conceitos relacionados ao tema.

Souza (2004) discutiu em sua tese de doutorado a aplicabilidade de três diferentes métodos para dimensionamento de elementos especiais de concreto armado, sendo eles: o Método dos Elementos Finitos; o Método das Bielas e o Método Biela-Painel. O trabalho analisou elementos como blocos de fundação e vigas paredes e visou contribuir para a aplicação de soluções aproximadas para resoluções destes tipos de elementos, fornecendo critérios lógicos para o cálculo de elementos denominados de “Regiões D”. O autor concluiu que ambos os métodos das Bielas e de Elementos Finitos são recomendados para lidar com elementos especiais de concreto. O Método da Biela e Painel foi o que apresentou maiores divergências nos resultados, muitas vezes, apresentando quantidades de armaduras muito superiores às obtidas pelos outros métodos, sendo o menos recomendado.

Campos (2007) realizou diversas análises experimentais de blocos sobre duas estacas onde mediu as cargas de ruptura para os elementos, deslocamentos limites durante todo o carregamento, o padrão de fissuração das peças e as deformações das armaduras. Na Figura 9 é possível visualizar um dos elementos ensaiados pelo autor após a sua ruptura.

Figura 9 – Modelo simulado experimentalmente por Campos

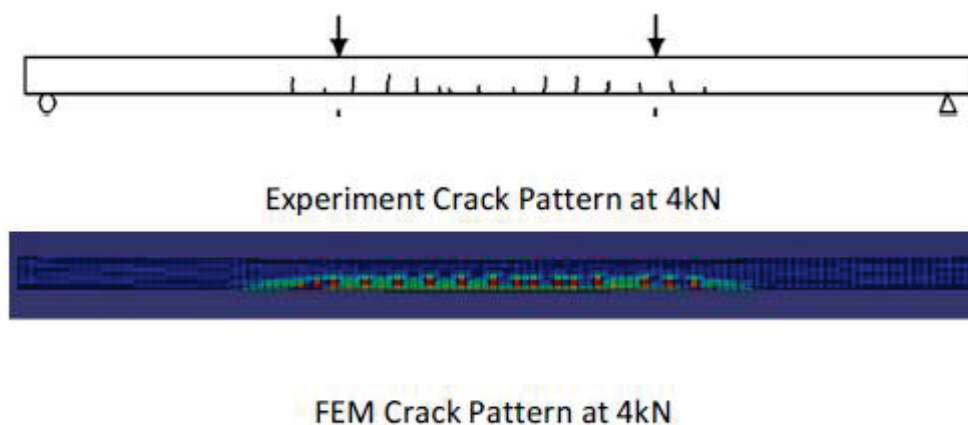


Fonte: (Campos, 2007)

Santos (2008) realizou a análise de uma viga de concreto armado dimensionada através do Método das Bielas – utilizando a “analogia de treliça de Ritter e Morsch”. Os resultados foram tesos segundo o CEB-FIP (1993) e modelados em um pacote comercial denominado CAST, após isto, foi discutido a validade do modelo de dimensionamento proposto.

Wahalathantri et al. (2011) apresentaram em seu trabalho, um modelo numérico de uma viga fina bi apoiada, utilizando modelos constitutivos de dano, por meio de análises em MEF. Os autores compararam seus resultados com alguns dados experimentais encontrados na literatura, a fim de validar a modelagem. Os autores conseguiram encontrar um padrão de fissuras muito próximas dos modelos experimentais e chegaram a deslocamentos bem próximos dos encontrados nos testes usados para comparação. Na Figura 10, é possível visualizar a distribuição de fissuras esperada pelo modelo computacional e as fissuras reais encontradas em testes experimentais. Neste exemplo, o deslocamento no centro da peça do modelo computacional e do modelo experimental tiveram uma diferença de somente 2% (23.4 mm para o experimental e 23.0 mm para a simulação proposta).

Figura 10 – Padrão de fissuração experimental X simulação computacional



Fonte: Wahalathantri et al. (2011)

Obaidat (2011) simulou tridimensionalmente através de softwares comerciais de elementos finitos, uma viga reforçada com polímeros (FRP – Fiber Reinforced Polymer). Foi desenvolvido um novo modelo para simular o reforço de vigas danificadas por terremotos com este tipo de material. O autor apresentou bons resultados computacionais, comparando-os com dados experimentais. Foram testadas as cargas de ruptura dos diferentes modelos e os deslocamentos máximos. O trabalho ainda propõe algumas mudanças no dimensionamento de códigos normativos para esta área de estudo.

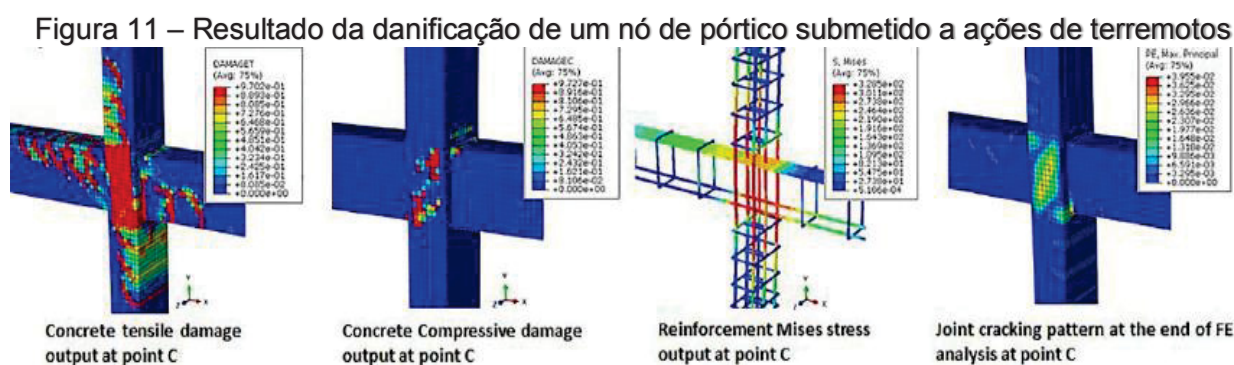
Em 2012, Pantoja estudou a geração automática de configurações de escoras e tirantes a partir da otimização topológica do domínio, fazendo uma avaliação da segurança com o uso de um critério de confiabilidade proposto pelo autor. Através destas análises, com a técnica de otimização topológica, o autor buscou facilitar a visualização do fluxo de forças no interior da estrutura, auxiliando os projetistas na concepção de uma topologia ótima para o problema.

Almeida et. al. (2013) utilizaram de uma técnica denominada SESO (“Smooth” ESO – otimização estrutural evolucionaria) para identificar a melhor configuração de modelos de escoras e tirantes para problemas de engenharia. Essa técnica consiste na observação de que se o elemento finito não for necessário ao equilíbrio da estrutura, sua contribuição de rigidez vai degradando lentamente. Desta forma, ao final da análise, somente os elementos ditos indispensáveis para o equilíbrio da peça sobriariam.

Tao & Chen (2016) propuseram uma forma de modelar, a partir da Mecânica do Dano e da implementação através de um software em elementos finitos, a ligação entre o concreto e uma fibra de reforço externa (polímero). Segundo os autores, foi possível

chegar a resultados bem próximos aos esperados pelos dados experimentais. Os autores propuseram assim, alguns parâmetros e técnicas a serem seguidos para se modelar com mais precisão as respostas do concreto de forma não-linear.

Najafgholipour et al. (2017) estudaram a danificação de um nó de pórtico de concreto armado com reforços transversais, dimensionado para suportar cargas de terremotos. Os autores usaram modelos de dano através de uma plataforma em elementos finitos para prever como um nó tende a fissurar durante este tipo de evento. Alguns resultados da simulação podem ser observados na Figura 11. O padrão de fissuração está de acordo com dados experimentais usados pelos autores para comparação.

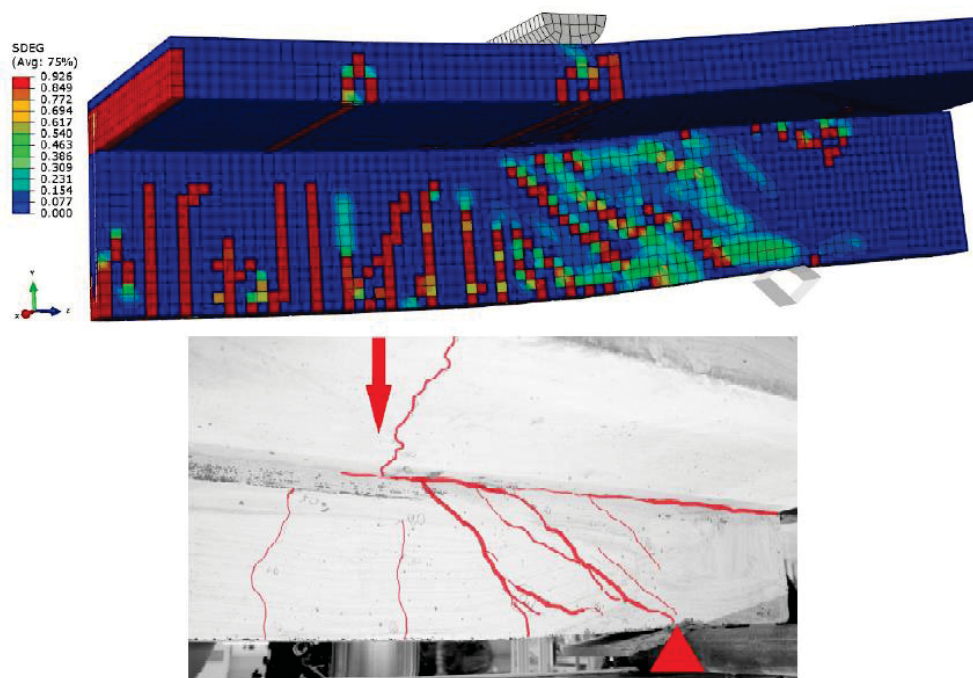


Fonte: (Najafgholipour et al., 2017)

Guerra & Greco (2017) estudaram, através de um método de otimização topológica avançado, simulações não-lineares com a consideração da danificação do material concreto para encontrar os melhores modelos de escoras e tirantes para diversos problemas. O trabalho tinha como objetivo proporcionar ao projetista melhor entendimento sobre os processos de concepção estrutural.

Em 2018, Łukasz fez uma comparação entre resultados encontrados em testes de laboratório e em simulações computacionais de estruturas com a aplicação da Mecânica do Dano via MEF. Os modelos computacionais foram elaborados com o uso do módulo de CDP (“Concrete Damage Plasticity”) do software ABAQUS e estes conseguiram prever com uma boa precisão o padrão de fissuras dos elementos ensaiados conforma mostra a Figura 12. O parâmetro SDEG (“Stiffness Degradation”) usado pelo autor é muito similar ao parâmetro DAMAGET, utilizado no presente trabalho – com a diferença que o último mede a perda de rigidez do material somente para o dano à tração, enquanto o primeiro, mede a perda para compressão e tração combinados.

Figura 12 – Modelo computacional X Simulação real de viga T



Fonte: (Łukasz, 2018)

Carvalho (2018) avaliou a variabilidade dos desvios dos modelos de cálculo propostos por Blévo e Frémy (1967), Fusco (1994) e Santos (2013) – todos baseados no Método das Bielas para blocos de duas, três e quatro estacas submetidos a carregamento centrado. Os resultados foram sempre comparados com simulações experimentais e todos os métodos de dimensionamento avaliados, mesmo apresentando visíveis diferenças entre eles, se mostraram seguros para os três tipos de blocos.

3. Revisão Teórica

Neste capítulo pretende-se apresentar de forma sucinta o embasamento teórico utilizado para desenvolver este trabalho.

O capítulo será dividido em duas partes: a primeira irá abordar conceitos sobre diferentes tipos de modelos constitutivos; a segunda apresentará o Método das Bielas e o modo como se realiza o dimensionamento de regiões descontínuas.

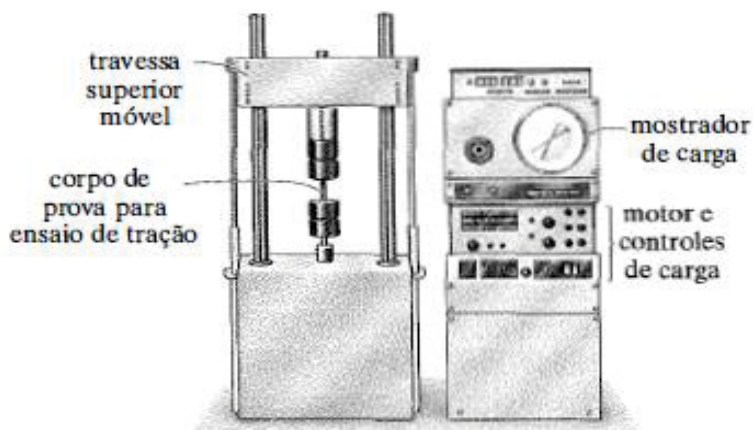
3.1. Modelos Constitutivos

Para a descrição do comportamento de estruturas e de meios contínuos, é indispensável o conhecimento dos parâmetros inerentes aos materiais envolvidos e de suas relações constitutivas. Os modelos constitutivos dos materiais são obtidos levando-se em conta a forma com que o material se comporta frente às solicitações internas (FRANÇA GUERRA, 2017).

Os valores das relações entre tensão/deformação dos materiais podem ser encontrados a partir de ensaios experimentais de compressão/tração utilizando corpos de prova, geralmente cilíndricos, submetidos a aplicação de cargas de curta duração – com o uso de equipamentos como o representado na Figura 13.

Como é impraticável realizar ensaios específicos com todos os materiais utilizados a cada nova empreitada da engenharia, muitos autores, através do estudo de inúmeros ensaios experimentais, buscaram maneiras de prever numericamente seus comportamentos – chegando assim, a constantes modelos e equações que possibilitam que seja feita uma previsão desses diagramas, mesmo quando não estiver disponível o uso de equipamentos para que sejam realizados ensaios. Na prática, o que se faz, é tentar formular modelos específicos para cada tipo de material e aqueles mais complexos são, em geral, combinações de modelos básicos (MESQUITA, 2002).

Figura 13 - Extensômetro para ensaios de tração



Fonte: (Hibbeler, 2009)

Neste item apresenta-se uma breve revisão sobre modelos constitutivos básicos encontrados na literatura relativos ao comportamento do concreto, considerando a Mecânica do Dano, e ao comportamento dos aços. Também se descreve o comportamento dos materiais empregados no presente trabalho, incluindo os valores necessários para implementar a modelagem proposta. Este item é extremamente importante nos desenvolvimentos posteriores que serão expostos nos próximos capítulos.

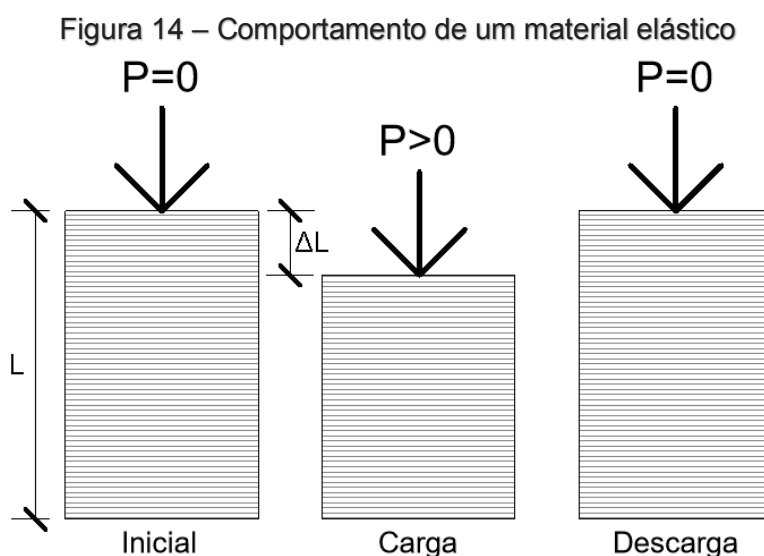
3.1.1. Tipologias clássicas de modelos constitutivos

A seguir, será apresentada uma revisão concisa dos conceitos de elasticidade, plasticidade e viscosidade do ponto de vista da resistência dos materiais, pois entende-se que estes três tipos básicos de modelos constitutivos servem como base para a descrição do comportamento de materiais mais complexos. Os modelos básicos, em geral, são definidos a partir de relações matemáticas simples. A combinação destes dão origem a modelos mais refinados que buscam caracterizar, de forma mais realista, o comportamento de materiais mais complexos, fatalmente não-lineares (MESQUITA, 2002).

Embora seja possível estabelecer um único modelo para todas as situações possíveis, a simplificação que se obtém com a decomposição do problema é sempre vantajosa (CAMPOS FILHO, 2003). Essa divisão é feita com objetivo de simplificar a abordagem do problema.

3.1.1.1. Modelo Elástico

Os materiais quando sofrem a aplicação de um carregamento tendem a se deformar. Como se comportariam se fossem descarregados durante o processo? Materiais elásticos são aqueles, que após sofrer um processo de carga/descarga, tendem a recuperar totalmente sua forma original, não apresentando nenhuma deformação residual (ΔL) quando cessado o carregamento – Figura 14. Este fenômeno de recuperação frente às deformações é denominado de comportamento elástico.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Esse tipo de material possui dois comportamentos predominantes encontrados nas bibliografias atuais, sendo eles: comportamento elástico linear e comportamento elástico não-linear.

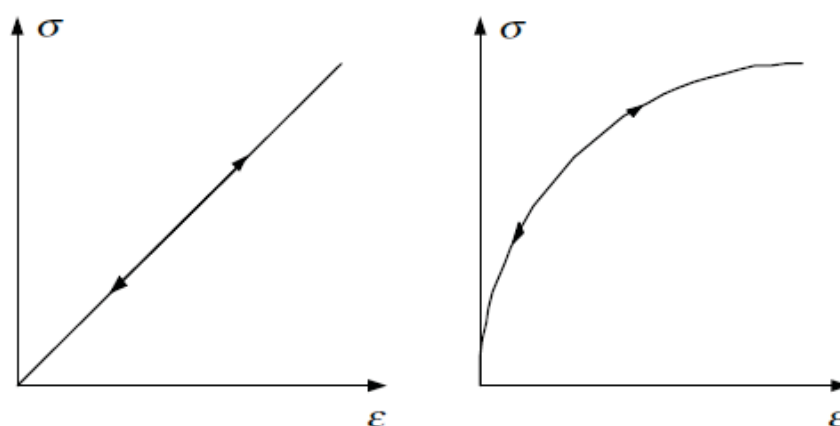
O diagrama tensão/deformação, para a maioria dos materiais da engenharia, exibe uma relação linear entre tensão e deformação dentro da região elástica. Por consequência, um aumento qualquer na tensão provoca um aumento proporcional na deformação. Esse fato foi descoberto por Robert Hooke, em 1676, e é conhecido como a Lei de Hooke (HIBBELER, 2009) – conforme apresentado na Equação 1.

$$\sigma = E \varepsilon \quad (1)$$

Na equação anterior, “E” representa a constante de proporcionalidade, denominada módulo de Young. A equação representa uma linha reta para a relação entre tensão/deformação conforme ilustra a Figura 15.

Para alguns materiais elásticos, esta relação proporcional entre tensão/deformação não ocorre (Figura 15), fazendo com que o diagrama deixe de ser uma linha reta, porém, mesmo não tendo esta proporcionalidade, caso o carregamento seja cessado, o elemento retorna ao seu formato original. Nesse caso, existe uma função que dá univocamente o valor da tensão para cada valor da deformação (CAMPOS FILHO, 2003). Trata-se, tipicamente, de um material elástico não-linear, não podendo ser aplicada a clássica Lei de Hooke neste caso.

Figura 15 – Comportamentos típicos de materiais elásticos



Fonte: (Campos, 2003)

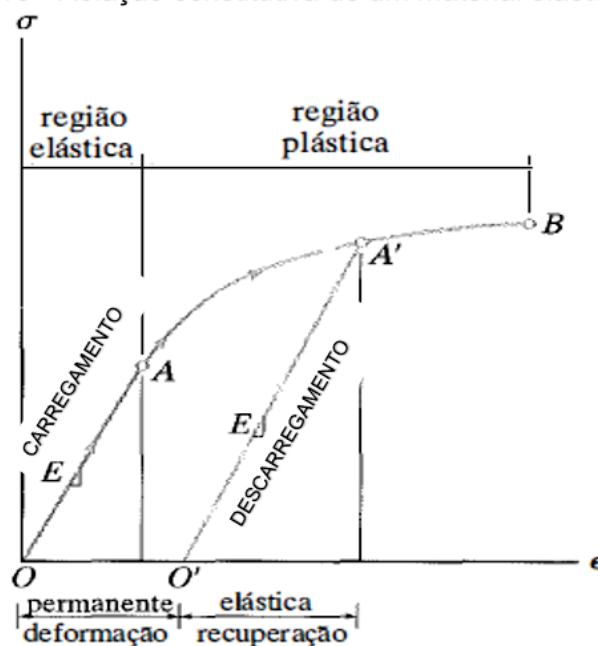
Adicionalmente pode-se mencionar que, em casos onde o material é não-linear, este possui inúmeros módulos de elasticidade, ou seja, a derivada das tensões em relação às deformações varia conforme a magnitude das tensões (FRANÇA GUERRA, 2017).

3.1.1.2. Modelo Plástico

Este modelo reológico apresenta a propriedade da plasticidade, que é o fenômeno do aparecimento de deformações imediatas e não reversíveis, isto é, deformações que quando cessado o carregamento não irão desaparecer.

O modelo plástico usualmente pode ser descrito através de uma interpretação reológica uniaxial, por um sólido que a partir de um instante onde a tensão aplicada ultrapassa o valor da tensão limite de plastificação (ponto A – Figura 16) entra em escoamento (MESQUITA, 2002).

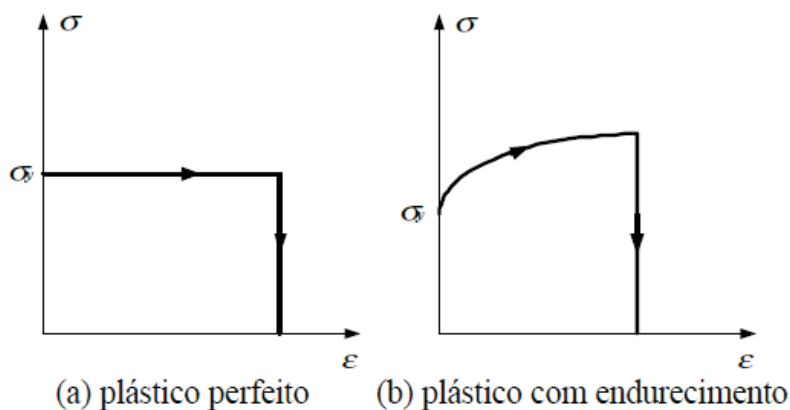
Figura 16 - Relação constitutiva de um material elasto-plástico



Fonte: (Hibbeler, 2009)

Existem também modelos idealizados de comportamentos plásticos perfeitos e plásticos com endurecimento (Figura 17) conforme a tensão aumenta o material ganha rigidez, comportamento muito comum em aços de construção.

Figura 17 – Comportamento típico de um material plástico (a) perfeito; (b) com endurecimento.



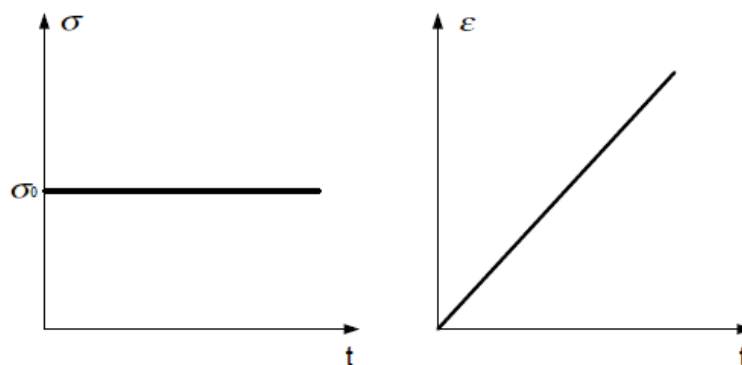
Fonte: (Campos, 2003)

3.1.1.3. Modelo Viscoso

O terceiro tipo de comportamento básico do material é o viscoso, que semelhantemente aos outros dois modelos, possui o aparecimento de deformações de forma simultânea à aplicação da carga, porém, estas não se conservam constantes ao longo do tempo. Surge assim, uma dependência do diagrama tensão/deformação com a variável tempo.

Este comportamento é facilmente encontrado em certos tipos de fluídos, no entanto, em alguns sólidos ele também se manifesta (MESQUITA, 2002). Conforme se observa na Figura 18 a deformação de um material viscoso depende da variável tempo, surgindo daí, uma velocidade de deformação do material.

Figura 18 - Modelo Viscoso (dependência das deformações em relação ao tempo)



Fonte: (Campos, 2003)

Um exemplo de material que possui essa característica é o concreto, e tal fenômeno é conhecido por fluência ou deformação lenta. A fluência é o acréscimo contínuo das deformações que ocorrem, mesmo para uma tensão constante. Devido aos efeitos de envelhecimento do material, a fluência depende, da duração do carregamento e da idade do concreto no momento de aplicação das cargas. Como o comportamento do material é influenciado pela troca de água com o meio ambiente, quanto mais seco for o meio externo, maiores serão a fluência e a retração (ARAUJO, 2002).

3.1.2. Modelo Constitutivo para o Concreto

O concreto pode ser idealizado como um material composto por duas fases, a primeira, consiste em um conjunto de partículas de agregados (grãos e miúdos) e a segunda, por uma matriz de cimento (pasta). Prever a resposta do concreto é uma tarefa muito complexa e depende de inúmeros fatores relacionados a sua composição - relação água/cimento, proporção de seus componentes, tipo de cimento usado na mistura, idade do material, tamanho dos agregados, aditivos e muitos outros. Portanto, seria incorreto assumir a existência apenas de uma tipologia de diagrama tensão/deformação para descrever seu comportamento. Também, este material é assumido como sendo inicialmente isotrópico (CHEN & ZHANG, 1988).

Considerado de caráter quase frágil, seu comportamento é afetado pela propagação das microfissuras que surgem internamente em sua estrutura. O concreto

já apresenta fissuras iniciais em níveis microscópicos, mesmo sem ter sido previamente carregado (devido ao processo de expansão térmica da pasta de cimento e da retração que ocorrem geralmente na fase inicial da cura), principalmente, na fronteira entre a matriz de cimento e dos agregados. São nessas regiões que, quando carregado, se iniciam os processos de propagação de microfissuras e, com o aumento das tensões atuantes, o surgimento de trincas visíveis (CHEN & ZHANG ,1988).

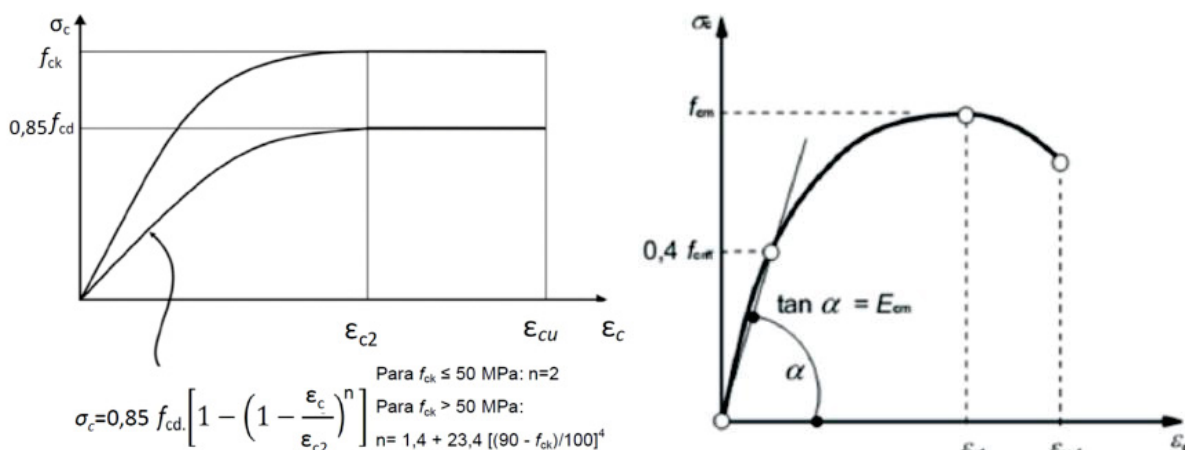
Somado a essas características citadas até aqui, pode-se notar que se trata de um material essencialmente não-linear. Devido a sua plastificação, o concreto sofre uma redução do seu módulo de elasticidade para tensões de compressão acima de 40% da resistência máxima (KOTSOVOS, 2015).

Além disso, o concreto possui diferentes respostas para tensão/compressão (a resistência a tração deste material é cerca de 10% a resistência a compressão). Chen explica que a interface entre a pasta de cimento e o agregado possui uma resistência muito baixa à tração, e esse, é o principal motivo do material não resistir bem a esforços desta natureza.

Para obras especiais e de grande porte recomenda-se realizar ensaios de laboratório para ter um melhor controle sobre as características do concreto que será propriamente utilizado, garantindo ao projetista mais segurança e um melhor controle acerca do comportamento do material empregado. Já em obras correntes, onde em fase de projeto não se possui dados detalhados sobre o concreto que será efetivamente empregado, é comum o uso de modelos numéricos aproximados para prever o comportamento do material (desenvolvidos geralmente a partir da resistência a compressão do concreto).

Na literatura encontram-se diversos tipos de modelos desenvolvidos por uma gama muito grande de autores e pesquisadores que buscam descrever o comportamento completo do material. Podem ser encontrados desde diagramas mais simplificados, como o presente na NBR 6118-2014 (diagrama parábola retângulo), até a diagramas mais complexos que representam a fase de abrandamento do material (trecho descendente do diagrama) após sua tensão máxima ser atingida (diagrama do Eurocode 2) (Figura 19).

Figura 19 - Diagrama NBR 6118 (2014) X Eurocode 2(2004)



Fonte: (NBR 6118, 2014; Eurocode 2, 2004)

A descrição completa do comportamento à compressão do concreto deve compreender a fase elástica (linear), a fase de início de fissuração e, conseqüentemente, a perda de rigidez do material (não-linear) como também, a fase pós pico (abrandamento ou “strain softneing”) onde ocorre a redistribuição de esforços para regiões vizinhas que ainda não chegaram na tensão resistente máxima. Quando solicitado a esforços de tração, a análise deve considerar o trecho elástico inicial (linear) e o amolecimento do material após sua tensão máxima ser atingida. Assim, é possível simular o enrijecimento à tração (“tension stiffening”) típico do concreto quando combinado com barras de aço – pois como o concreto plastifica rapidamente à tração e pouco responde a este tipo de esforço, grande parcela da tensão migra para o aço.

Nayal e Rasheed (2006) fizeram uma revisão de diversos modelos constitutivos e propuseram uma relação tensão/deformação para descrever o comportamento do concreto à tração, o qual será usado e apresentado nos próximos itens para tratar o comportamento à tração do material. O modelo numérico usado no atual trabalho para simular o concreto à compressão foi desenvolvido por Hsu Hsu (1994). Ambos os modelos escolhidos foram utilizados no trabalho de Wahalathanri et. al. (2011) onde o autor apresentou resultados muito próximos com os encontrados em ensaios experimentais realizados por Neville, Diggler e Brooks (1983).

3.1.1.1 Comportamento do concreto à compressão simples em estado uniaxial

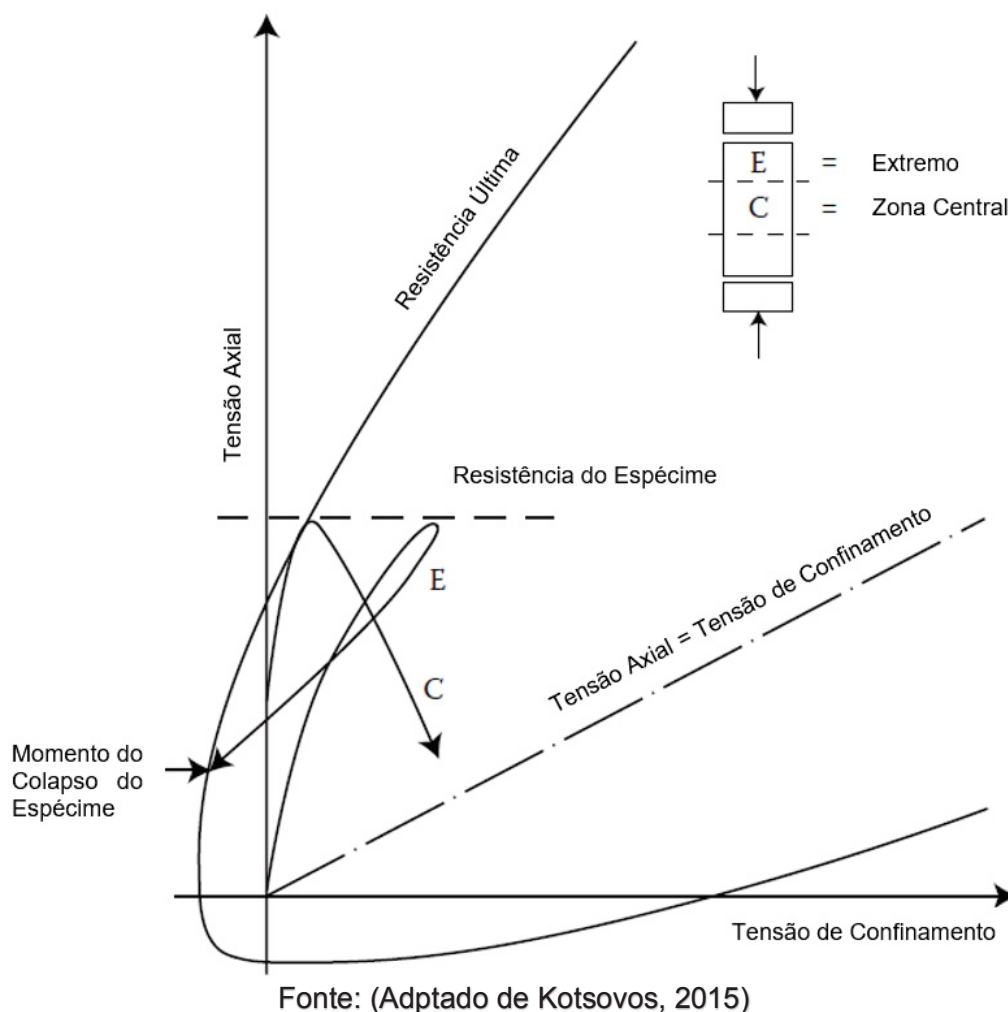
Os diagramas de tensão/deformação para o concreto submetido à compressão uniaxial podem ser obtidos através de ensaios com corpos de prova cilíndricos, realizados por equipamentos que possuem a sensibilidade de aliviar a tensão aplicada, progressivamente, quando a carga excede ligeiramente a resistência do espécime (AHMAD; SHA apud KOTSOVOS, 2015).

Quando a tensão da prensa se aproxima da tensão de compressão máxima do material, aparecem fissuras perpendiculares à direção da força aplicada na zona central do cilindro e a máxima tensão ocorre quando esta zona perde a capacidade de resistir ao esforço imposto – momento em que a combinação de tensões para a porção central do corpo de prova toca a superfície de falha do material (KOTSOVOS, 2015).

É curioso notar que, neste momento, zonas do espécime próximas aos contatos do equipamento estão longe da superfície de falha, pois o atrito entre a prensa e o cilindro faz com que ocorra um estado de tensões tri axiais de compressão no concreto – fato que, como será visto nos próximos itens, propicia um ganho de resistência última ao material – Figura 20.

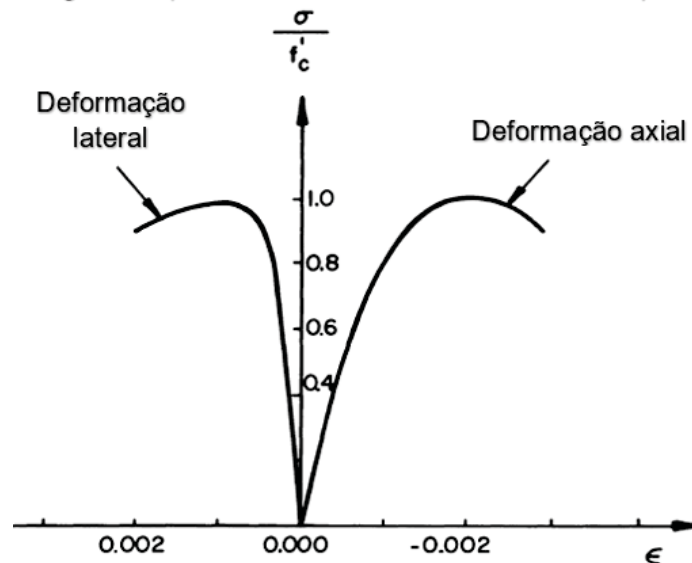
Mesmo em um ensaio uniaxial de compressão, é possível perceber a grande dependência entre resistência última do material e estado triaxial de tensos. Isto demonstra a importância de se levar em conta o estado tri axial de tensões quando se realiza a modelagem computacional do concreto.

Figura 20 - Esquema das tensões de um corpo de prova submetidos a ensaios uniaxiais



Uma curva típica encontrada em ensaios de corpos de prova submetidos a compressão uniaxial é apresentada por Chen e Zhang (1988) na Figura 21. Segundo os autores, neste diagrama podem ser identificadas as três fases típicas do comportamento à compressão do concreto. A fase elástica até a tensão de 30% da resistência máxima – ponto em que o autor denomina de *limite de elasticidade*. A segunda fase onde a tensão se encontra entre 30% e 75% da tensão máxima – ponto caracterizado pela abertura das fissuras já existentes e o aparecimento de novas fissuras, ficando evidente o comportamento não-linear do material. Finalmente, após a tensão de 75% da resistência última, o aparecimento e desenvolvimento de trincas instáveis que levarão a peça ao colapso.

Figura 21 - Diagrama típico encontrado em ensaios de compressão uniaxial



Fonte: (Adaptado de W. F. Chen & Zhang, 1988)

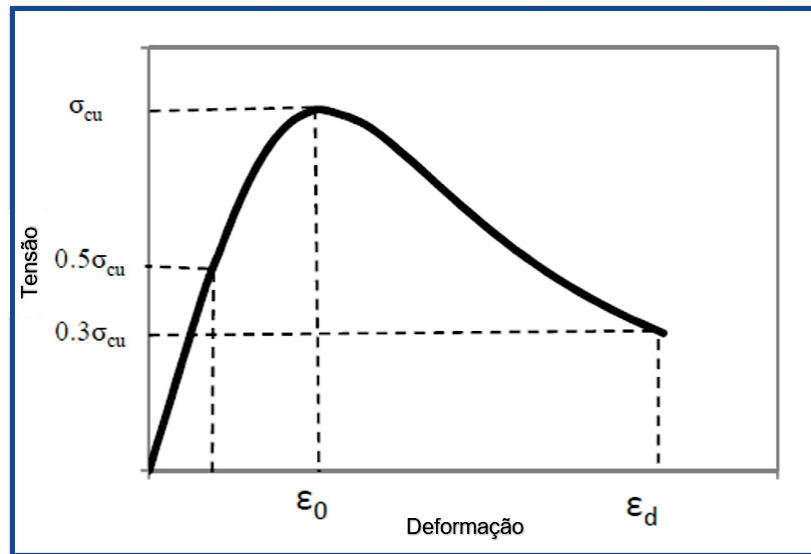
Conforme descrito no item anterior, existem diversos modelos numéricos que podem ser utilizados para simular o comportamento do concreto à compressão uniaxial. Para o presente trabalho será utilizado um modelo experimental-numérico proposto por Hsu e Hsu (1994) e verificado por Wahalathantri *et al* (2011) que permite modelar a resposta (tensão/deformação) do material sob esforços uniaxiais a partir apenas da sua resistência máxima à compressão (σ_{cu}). A seguir, será apresentado o modelo para compressão dos valores usados nas análises que se seguirão no presente projeto.

O método proposto por Hsu e Hsu (1994) admite uma resposta linear, obedecendo a lei de Hooke ($\sigma_c = E_0 * \epsilon_c$), até a tensão de 50% de σ_{cu} . O modelo numérico proposto por Hsu Hsu (1994) – Equação 2 e 3 – é usado para descrever apenas o trecho onde a tensão (σ_c) se encontra entre o ponto de início de escoamento (50% de σ_{cu}) e a parte final (descendente) do diagrama em 30% de σ_{cu} (Figura 22).

$$\sigma_c = \frac{\beta (\epsilon_c / \epsilon_0)}{\beta - 1 + (\epsilon_c / \epsilon_0)^\beta} \sigma_{cu} \quad (2)$$

onde ϵ_c é a deformação no ponto onde a tensão é igual a σ_c . A deformação, quando a tensão máxima de compressão (σ_{cu}) é atingida, é representada por ϵ_0 (início da fase de amolecimento). Já a deformação correspondente ao trecho final do diagrama, em $0.3\sigma_{cu}$, é igual a ϵ_d .

Figura 22 - Relação Tensão deformação Hsu Hsu (1994)



Fonte: Adaptado de Wahalathantri et al.

O formato do diagrama depende do parâmetro β , que é dado por:

$$\beta = \frac{1}{1 - [\sigma_{cu}/(\varepsilon_0 E_0)]} \quad (3)$$

A deformação correspondente ao pico do diagrama (ε_0), segundo os autores, deve ser calculada pela expressão:

$$\varepsilon_0 = 1.290836 * 10^{-5} * \sigma_{cu} + 2.114 * 10^{-3} \quad (4)$$

A expressão original apresentada pelos autores foi alterada para que os valores de σ_{cu} pudessem ser calculados diretamente em MegaPascal (MPa).

O módulo de elasticidade inicial (E_0) segundo a NBR 6118-2014 deve ser calculado, para concretos da classe entre 20 MPa e 50 MPa, pela expressão:

$$E_0 = \alpha_e * 5600 * \sqrt{\sigma_{cu}} \quad (5)$$

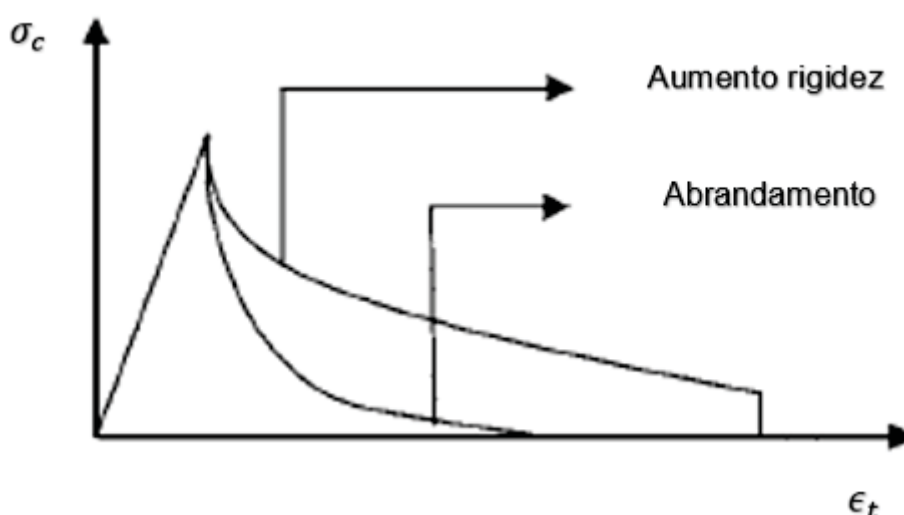
Onde, α_e depende do tipo de agregado graúdo usado na mistura para o concreto, neste trabalho foi usado $\alpha_e = 1$ (granito ou gnaiss).

A deformação última no último trecho (ε_d) deve ser calculada, iterativamente, de acordo com a equação 2.

3.1.2.2. Comportamento do concreto à tração em estado uniaxial

Para uma análise precisa e refinada de estruturas de concreto armado é muito importante a consideração da resistência do concreto à tração. Este material, quando submetido à ensaios uniaxiais de tração, apresenta uma característica muito específica denominada de abrandamento (tension softneing), perda de rigidez gradativa do material com o aumento da deformação (após o pico). Considerar este fenômeno é muito importante para a modelagem do concreto armado pois, devido a presença do reforço de aço no interior do concreto, o esforço de tração do conjunto migra, gradativamente, para o aço com o aumento das deformações (consequentemente com o aumento da plastificação do concreto), garantindo assim, um aumento de rigidez da estrutura (tension stiffening) – Figura 23.

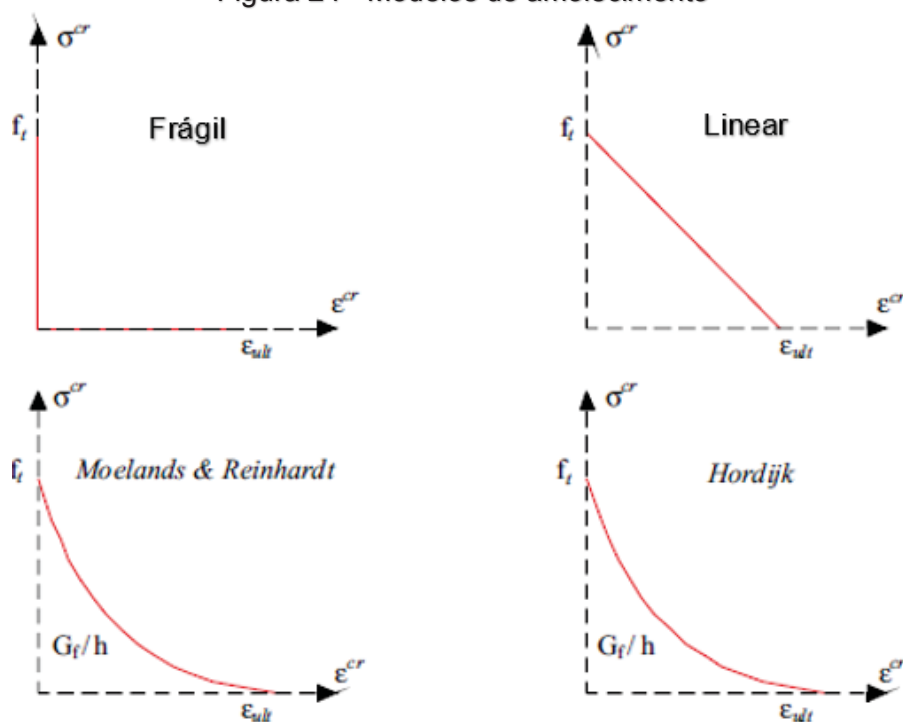
Figura 23 - Amolecimento x Enrijecimento a tração



Fonte: (Nayal & Rasheed, 2006)

Existem diversas maneiras de representar o abrandamento do concreto à tração utilizando pacotes comerciais de elementos finitos, alguns mais refinados do que outros. Menin *et al* (2009) apresentaram quatro maneiras distintas de fazer essa consideração. Em ordem crescente de complexidade são elas: modelo frágil, modelo linear, modelo de Moelands e Reinhardt e modelo de Hordjik.

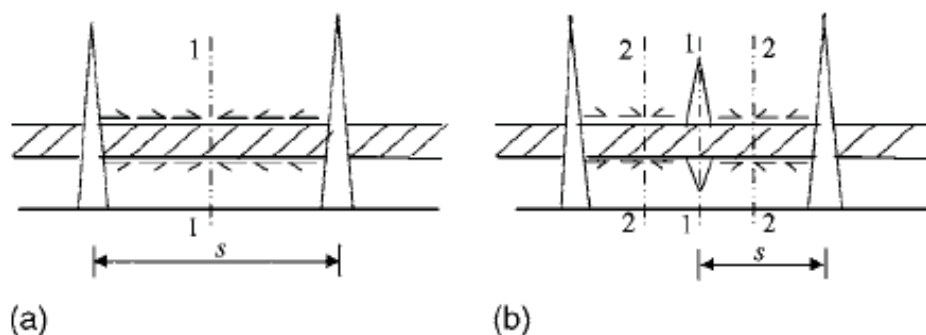
Figura 24 - Modelos de amolecimento



Fonte: (Menin et al., 2009)

A existência de reforços em barras de aço nas estruturas de concreto faz com que haja uma ligação/amarração entre as fissuras que se formam no concreto. A aderência entre esses materiais é o que torna possível a transmissão de esforços, garantindo assim, a compatibilidade entre as deformações. Este comportamento faz com que ocorra uma resposta gradativa de abrandamento/enrijecimento do material, já que quando se atinge o limite de resistência do concreto, acontece uma ruptura local no material e a fissura se forma, aliviando a tensão no concreto e, conseqüentemente, aumentando a tensão no reforço. Como a exemplo, apresenta-se a Figura 26, na qual se observam as tensões de aderência na interface entre a barra de aço e o concreto, que se desenvolvem até o instante em que nova fissura se abre.

Figura 25 - a) Seção com tensão limite (ruptura) b) Alívio de tensão

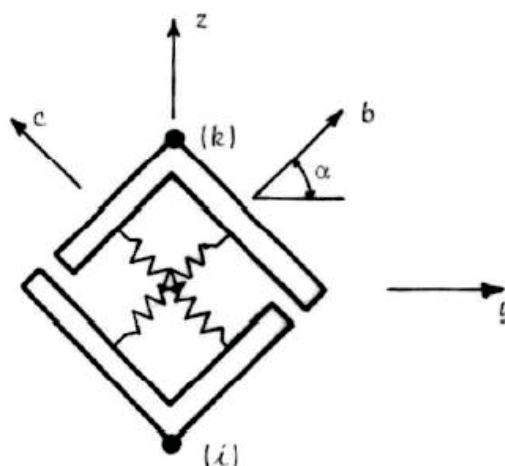


Fonte: (Nayal & Rasheed, 2006)

A perda de aderência entre o aço e o concreto (“escorregamento”) é um outro fenômeno que contribui para o abrandamento do diagrama. É difícil tratar separadamente estes dois comportamentos, porém, Nayal e Rasheed (2006) afirmam que o modelo constitutivo proposto para simular o concreto à tração leva em consideração esses dois comportamentos.

Existem outros métodos de considerar o escorregamento de forma isolada. Na literatura atual, são encontrados modelos de “elementos de aderência” que visam simular com mais precisão esse fenômeno. Segundo Campos (2003), existem três elementos básicos para a representação numérica do fenômeno. O mais simples deles é o elemento de “ligação de aderência” (*bond link*), idealizado por Ngo e Scordelis (1967) -Figura 26. O elemento consiste em duas molas, uma paralela e uma normal ao eixo longitudinal da barra de armadura. A mola paralela relaciona tensões locais de aderência com deslizamento, sua rigidez é estimada a partir de valores experimentais em ensaios de arrancamento. Já a mola normal ao eixo da armadura, transmite o esforço normal entre aço e concreto, é usado para modelar o efeito de pino da armadura.

Figura 26 - Elemento de ligação de aderência



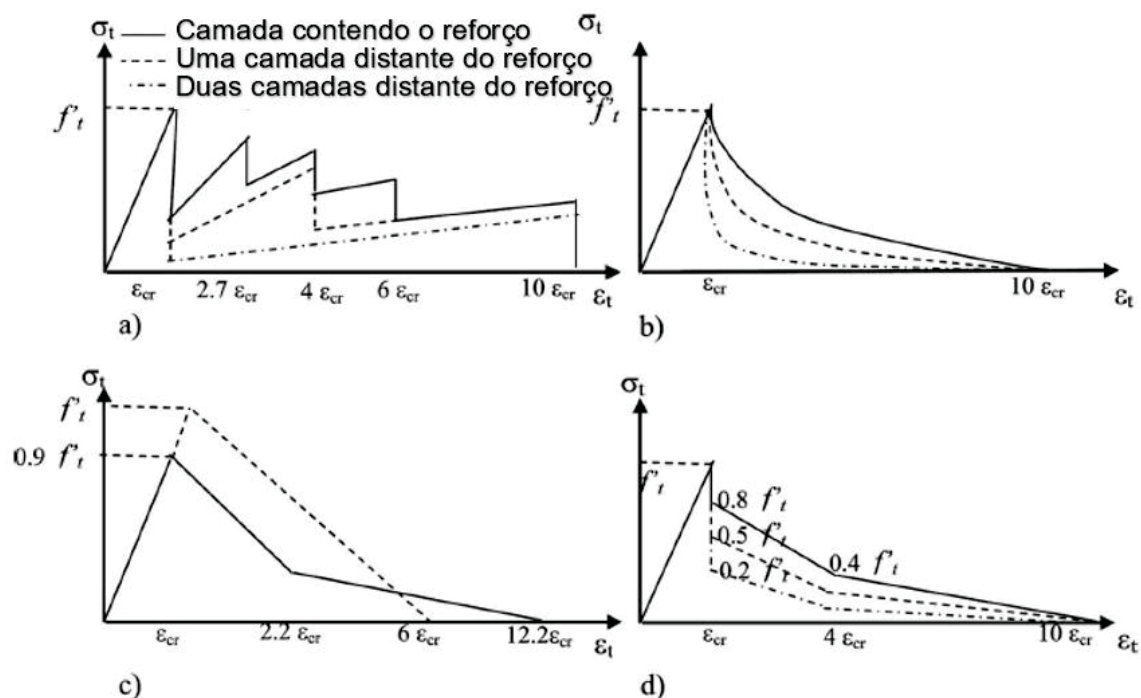
Fonte: (Campos, 2003)

Bono (2008) explica que a melhor alternativa para modelar a aderência entre os dois materiais depende do problema a ser modelado. Se o comportamento carga-deslocamento for extremamente dependente da aderência, como no caso de tirantes carregados ou em regiões de ancoragem, deve-se considerar elementos especiais de aderência para essa simulação. Geralmente o uso de tais elementos envolve um grande esforço computacional adicional ao problema e, desta forma, somente são recomendados para análises específicas.

Neste trabalho não será usado nenhum método específico para consideração do deslizamento entre as barras de aço e o concreto. Portanto, apenas citou-se a existência destes elementos, a fim de trazer a sua existência para o leitor. Para maior aprofundamento no assunto recomenda-se a leitura de trabalhos como o desenvolvido por Schafer (1975) denominados “contact elements”.

Nayal e Rasheed (2006) apresentam diferentes tipos de modelos constitutivos para o concreto à tração (Figura 27). Estes autores desenvolveram seu próprio modelo constitutivo a partir do modelo de Gilbert e Warner (1978), que considera não só o amolecimento e o enrijecimento do concreto à tração, como também, o deslizamento local das armaduras no interior do elemento (de forma aproximada).

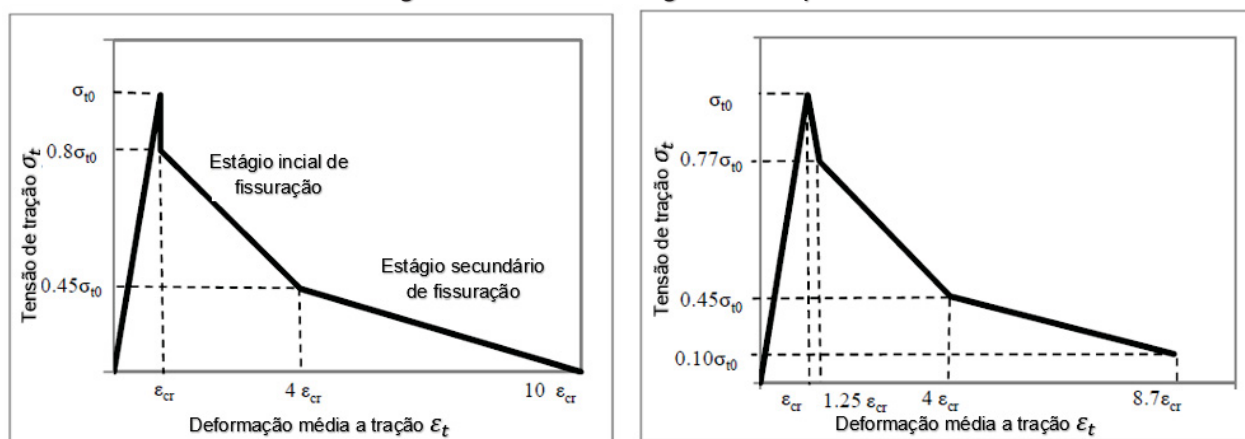
Figura 27 - Modelos: a) Scanlon-Murray; b) Lin e Scordelis; c) Vebo e Ghali; d) Gilber e Warner



Fonte: (Adaptado Nayal & Rasheed, 2006)

O modelo usado no presente trabalho foi uma adaptação proposta por Wahalathantri *et al* (2011), do modelo desenvolvido por Nayal e Rasheed (2006). Como explica Wahalathantri (2011), duas partes descendentes do diagrama tensão/deformação originais foram alteradas para evitar, tanto a queda brusca da resposta quando se atinge o pico do diagrama, quanto a existência de tensões muito próximas a zero (quando totalmente plastificadas), estas modificações foram feitas com o objetivo de evitar erros de convergência na resolução das equações matriciais. O modelo original e o adaptado estão ilustrados na Figura 28.

Figura 28 - Modelo original x adaptado



Fonte: (Wahalathantri, B.L.; Thambiratnam, D.P.; Chan, T.H.T.; Fawzia, 2011)

Sendo σ_{to} a resistência máxima à tração do concreto, calculada segunda a NBR-6118/2014 pela equação 6, onde σ_{cu} é a resistência máxima à compressão do material.

$$\sigma_{to} = 0.3 * \sigma_{cu} \quad (6)$$

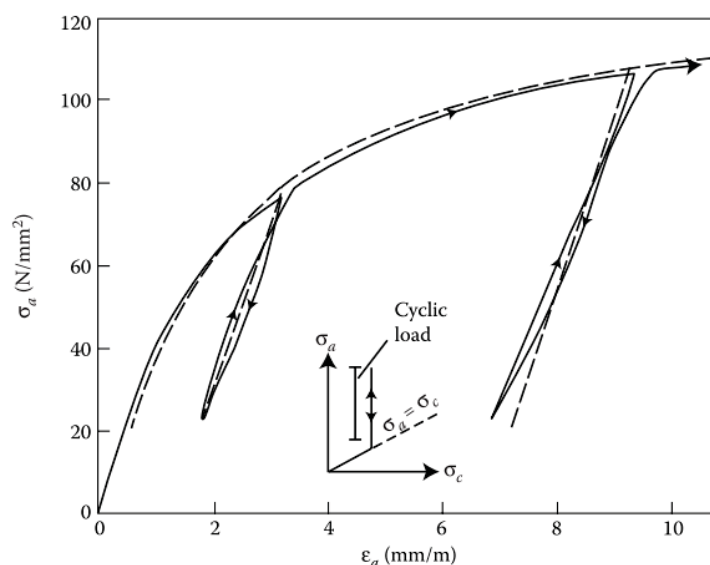
Já a deformação limite do concreto a tração (ε_{cr}) – equação 7 – pode ser encontrada facilmente dividindo-se a tensão máxima a tração (σ_{to}) pelo módulo de elasticidade calculado pela equação 5, já que o diagrama é linear para o trecho inicial até σ_{to} .

$$\varepsilon_{cr} = \frac{\sigma_{to}}{E_0} \quad (7)$$

3.1.2.3. Considerações sobre a Mecânica do Dano

Até agora, discutiu-se a construção das curvas tensão/deformação tipicamente encontradas em ensaios usuais de compressão/tração uniaxial de corpos de provas com aplicação de cargas de curta duração. Acontece, que o concreto empregado em elementos estruturais trabalha usualmente sob solicitações de longa duração e de caráter dinâmico, isto é, existem esforços que ora estão atuando na estrutura, ora não estão. Dessa forma, o concreto, quando carregado e posteriormente descarregado, apresenta uma deformação residual (deformação plástica), fazendo com que o diagrama não se comporte como se percorresse um único caminho (Figura 29) até sua ruptura.

Figura 29 - Diagrama experimental X modelo numérico



Fonte: (Kotsovos, 2015)

Uma das áreas da engenharia de estruturas que estuda a plastificação de materiais com características como as do concreto, é a Mecânica do Dano. A Mecânica do Dano trata o concreto como um material frágil que apresenta uma plastificação gradativa quando carregado (devido ao processo de micro-fissuração).

A danificação do concreto pode geralmente ser dividida em dois tipos. O primeiro, em relação a perda de resistência à tração na direção normal à formação das fissuras. E o segundo, em relação a perda de resistência à compressão, provocando o esmagamento do material e gerando a formação de várias fissuras de pequenos tamanhos, paralelas ao esforço de compressão,

Segundo Wu et al. (2006) uma consideração eficiente do dano depende, principalmente, das variáveis de dano usadas no modelo. Estas variáveis buscam, através de uma aproximação macroscópica, descrever o fenômeno da fissuração do material que, geralmente, acontece em escala microscópica.

A partir de seu estado de tensões é possível descobrir o quanto danificado está o material em um ponto específico da estrutura – com o início deste processo de plastificação, o concreto passa a perder rigidez progressivamente e o dano, conseqüentemente, aumenta.

Lubliner et al. (1988) propuseram um modelo simples de dano para simular a perda de rigidez de materiais plásticos como o concreto. De acordo com o autor, supondo o material homogêneo e isotrópico, a rigidez relativa do material pode ser escrita através de um parâmetro de dano (d) em função da seu modulo de elasticidade inicial.

Assim, para carregamentos cíclicos em estado uniaxial de tensões, assume-se uma variável d para representar um dano efetivo que representa a degradação da rigidez do modulo de elasticidade inicial E_0 ,

$$\frac{E}{E_0} = 1 - d \quad (8)$$

A variável de dano, segundo Guerra e Greco (2017), pode também ser representada através da área de seção danificada (A_d) pela área da seção total (A). Supondo que a variável de dano pertence ao intervalo de $0 \leq d \leq 1$, sendo zero para estado íntegro e um para degradação completa do material, tem-se:

$$d = \frac{A_d}{A} \quad (9)$$

O modelo de dano proposto por Lubliner (1988) e modificado Lee & Fenves (1998) leva em conta a evolução da superfície de falha do material através de parâmetros controlados pelas variáveis de deformação plástica (permanente), $\varepsilon_c^{\sim pl}$ para compressão e $\varepsilon_t^{\sim pl}$ para tração. Em termos de tensão efetiva e considerando o estado multiaxial de tensões (assunto do próximo item deste trabalho), a função de escoamento (Yield Function) possui a seguinte forma:

$$F = \frac{1}{1 - \alpha} * (q - 3 * \alpha * p + \beta(\varepsilon^{\sim pl}) * (-\bar{\sigma}_{max}) - \gamma * (-\bar{\sigma}_{max}) - \bar{\sigma}_c * (\varepsilon_c^{\sim pl})) = 0 \quad (10)$$

Onde:

$$\alpha = \frac{(\sigma_{bo}/\sigma_{co})^{-1}}{2 * (\sigma_{bo}/\sigma_{co})^{-1}}; \quad 0 \leq \alpha \leq 0,5 \quad (11)$$

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_c * (\varepsilon_c^{\sim pl})}{\bar{\sigma}_c * (\varepsilon_t^{\sim pl})} * (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (12)$$

$$\gamma = 3 * \frac{1 - K_c}{2 * K_c - 1}; \quad (13)$$

onde, $-\bar{\sigma}_{max}$ é a máxima tensão efetiva nas direções principais; $(\sigma_{bo}/\sigma_{co})$ é a relação entre a resistência do material em estado biaxial e uniaxial de tensões; K_c é a relação entre o segundo invariante de tensões no meridiano de tração para o segundo invariante de compressão; p e q são parâmetros que dependem dos invariantes do tensor de tensões $\bar{\sigma}_c$. O significado físico das constantes apresentadas, será discutido no próximo item do presente trabalho.

A seguir, descreve-se como chegar aos parâmetros necessários para a implementação de um modelo constitutivo de dano no concreto em estados uniaxiais através de pacotes comerciais em elementos finitos.

A deformação elástica do concreto (ε_{0c}^{el}) pode ser determinada facilmente em qualquer ponto do diagrama tensão/deformação, dividindo-se a tensão atuante pelo módulo de elasticidade inicial (E_0) conforme apresentado pela equação 14:

$$\varepsilon_{0c}^{el} = \sigma_c / E_0 \quad (14)$$

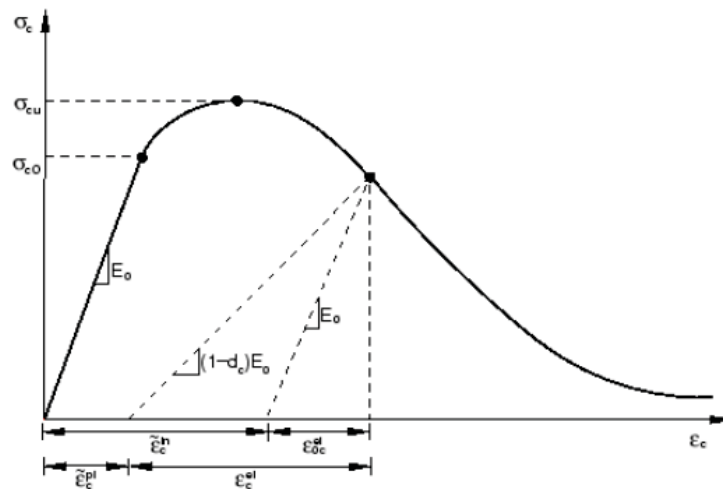
A deformação não elástica ($\varepsilon_c^{\sim in}$) do concreto é determinada subtraindo-se a deformação total (ε_c) da deformação elástica do (ε_{0c}^{el}), como apresentado a seguir:

$$\varepsilon_c^{\sim in} = \varepsilon_c - \varepsilon_{0c}^{el} \quad (15)$$

Segundo Lubliner et al. (1988) resultados experimentais confirmam que o comportamento não-linear do concreto se deve a um fenômeno de micro fissuração a baixos níveis de tensão, que leva a perda de coesão entre partículas, no qual somente é possível recuperar uma parcela da deformação total desenvolvida. Dessa forma, é possível dividir a deformação total em uma parcela recuperável e outra não recuperável.

Sendo assim, a literatura fraciona a deformação não elástica ε_c^{in} em duas parcelas, a primeira é a parcela plástica ε_c^{pl} (deformação não recuperável ou permanente) e a segunda é função da integridade do material, ou seja, depende do parâmetro de dano (d_c) conforme mostra a Figura 30:

Figura 30- Diagrama tensão/deformação com a consideração da plastificação (danificação) do concreto em compressão



Fonte: Abaqus User's Guide (2008)

Portanto, a parcela plástica da deformação pode ser escrita em função da parcela inelástica e do parâmetro de dano (d_c), conforme observamos na equação 16:

$$\varepsilon_c^{pl} = \varepsilon_c^{in} - \frac{d_c}{1-d_c} * \frac{\sigma_c}{E_0} \quad (16)$$

As formulações apresentadas até aqui para tensões de compressão podem ser extrapoladas para o desenvolvimento dos modelos constitutivos do concreto à tração.

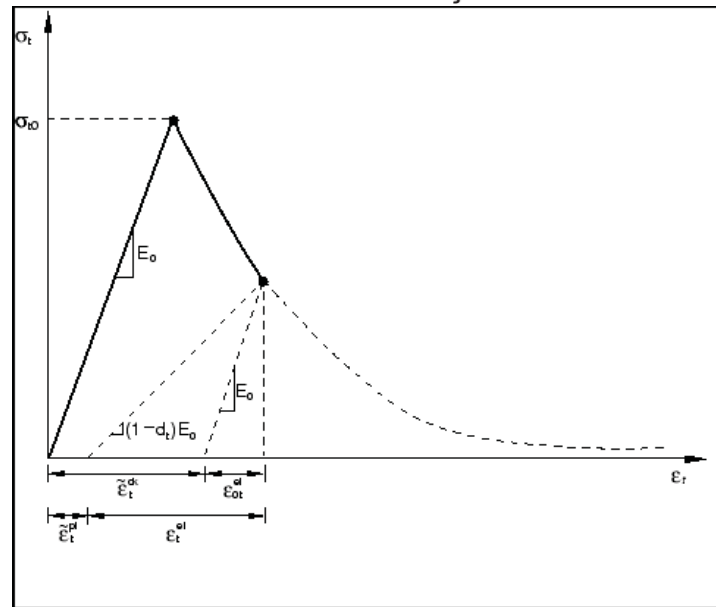
A deformação inelástica à tração (*cracking strain* – ε_t^{ck}) é equivalente a deformação não elástica à compressão (ε_c^{in}), ou seja, para encontrá-la basta subtrair a deformação total pela deformação elástica – equação 17.

$$\varepsilon_t^{ck} = \varepsilon_t - \varepsilon_{ot}^{el} \quad (17)$$

Onde ε_t é a deformação total e ε_{ot}^{el} a deformação elástica para uma dada tensão de tração (ver Equação 14).

O diagrama tensão deformação equivalente para tração, que apresenta a separação da deformação inelástica (cracking strain) entre a parcela de danificação do material e a parcela plástica está ilustrada na Figura 31.

Figura 31 - Diagrama tensão/deformação com a consideração da plastificação (danificação) do concreto em tração



Fonte: Abaqus User's Guide

Vale mencionar que a maior parte dos pacotes comerciais de modelagem de estruturas em elementos finitos que tratam o concreto a partir de um modelo plástico de dano, solicitam ao usuário que forneça a relação entre tensão/deformação inelástica (ε_c^{in}) do material em formato tabular –facilmente determinado a partir das equações apresentadas anteriormente.

O parâmetro de dano (d_c) possui valores entre zero e um, sendo igual a zero, quando o material ainda não possui danificação nenhuma, e igual a um, quando o material está totalmente danificado. Conforme é possível observar na Equação 18, quando não se fornece o parâmetro de dano do material, o modelo constitutivo se comporta como um modelo totalmente plástico, ou seja, toda deformação não elástica do material irá ser permanente, o que, numericamente significaria:

$$\varepsilon_t^{ck} = \varepsilon_t - \varepsilon_{ot}^{el} \quad (18)$$

Para calibrar o modelo é necessário também informar, em formato tabular, os parâmetros de danos relacionados aos diferentes níveis de tensões dados para a

construção do diagrama - conforme descrito nos parágrafos anteriores. Segundo Wahalathantri *et al* (2011). este parâmetro deve ser calculado dividindo-se a deformação não elástica pela deformação total, ou seja:

$$d_c = \frac{\varepsilon_c^{\sim in}}{\varepsilon_c} \quad (19)$$

$$d_t = \frac{\varepsilon_t^{ck}}{\varepsilon_t} \quad (20)$$

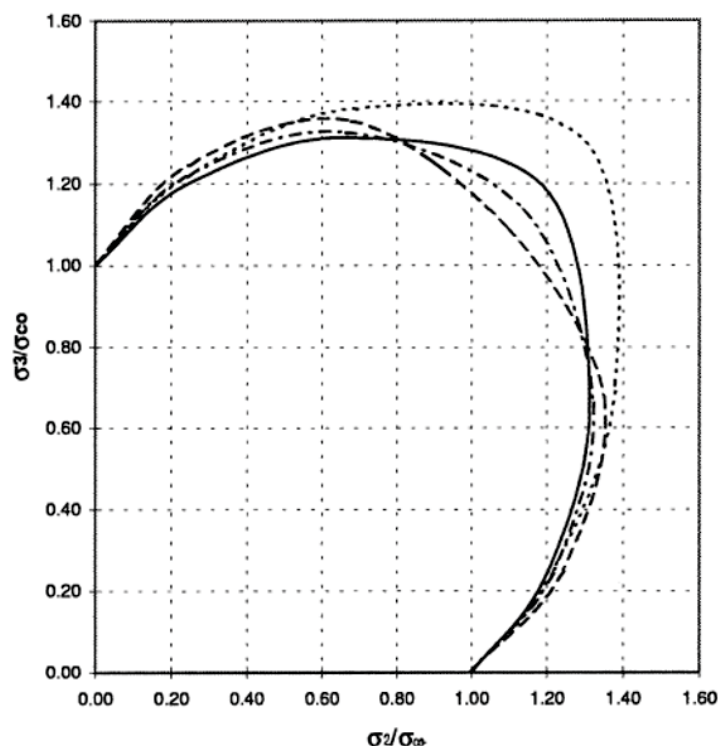
Mais detalhes sobre o modelo de dano para o concreto e os parâmetros relacionados ao método utilizado na modelagem deste trabalho são discutidos por Lubliner *et al.* (1988) em seu trabalho.

3.1.2.4. Comportamento do concreto em estados biaxiais

Até agora, foi discutido o comportamento do concreto para estados uniaxiais de tensão, optando-se por essa abordagem devido a sua simplicidade. Nos próximos itens será feita a ampliação dos conceitos até agora explorados para os estados multiaxiais de tensão.

Na literatura encontram-se diversos experimentos práticos que comprovam um ganho de resistência do concreto quando submetido a tensões de compressão combinadas em múltiplas direções. Na Figura 32 observa-se a envoltória resistente de quatro corpos de provas de diferentes classes de concretos (resistências variando entre 30 à 70 MPa) ensaiados por Hussein e Marzouk (2000) a tensões de compressão biaxiais. Pode-se notar que o ganho de resistência para tensões de compressões biaxiais é em torno de 10% a 40% da resistência última encontrada para direção uniaxial.

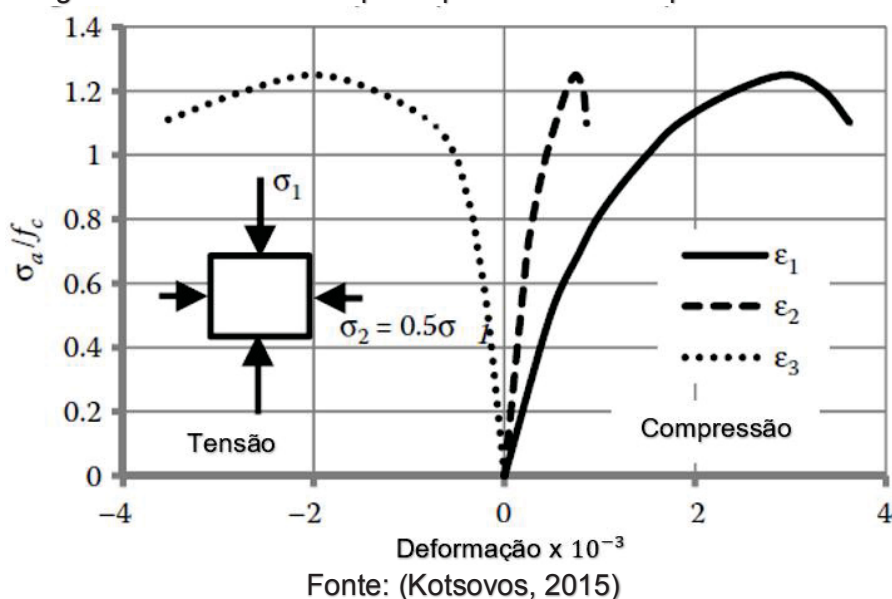
Figura 32 - Envoltória resistente de quatro diferentes corpos de prova carregados biaxialmente



Fonte: (Hussein & Marzouk, 2000)

Kotsovos (2015) também apresenta resultados semelhantes aos encontrados por Hussein e Marzouk (2000). Na Figura 33 é apresentado um ensaio de uma peça em estado plano de tensões, onde a tensão na direção secundária foi mantida igual à metade da tensão na direção principal ($2 * \sigma_2 = \sigma_1$). Nesse ensaio pode-se notar que o ganho de resistência do material (fase de pico do diagrama) foi de pouco mais de 20% da resistência última. Kotsovos (2015) também chama a atenção para a deformação ε_3 – fora do plano de atuação do carregamento – que sofre um aumento significativo após o pico ser atingido, isto ocorre devido as aberturas de fissuras que crescem no sentido normal da aplicação do carregamento. O concreto acaba rompendo por tração na direção perpendicular ao carregamento.

Figura 33 - Ensaio de corpo de prova em estado plano de tensões



O aumento de resistência que se observa deve-se ao fato de o concreto trabalhar em um estado de confinamento elevado, conforme explicam Hussein & Marzouk (2000). Como o concreto rompe-se essencialmente por tração, este estado de confinamento gera um aumento de resistência em comparação aos encontrados nos ensaios experimentais unidirecionais.

Visto que muitos elementos estruturais como lajes, vigas paredes finas, pilares paredes e cascas funcionam, essencialmente, sob estado biaxial de tensões, é importante a consideração deste ganho de resistência para simulação do comportamento real da estrutura. O acréscimo depende de inúmeros fatores como o tipo do agregado, composição e classe do concreto, tipo de cimento, entre outros. Vários autores recomendam, de forma conservadora, a consideração de um ganho de resistência em torno de 15% quando submetidos a estados bi-axiais de tensão.

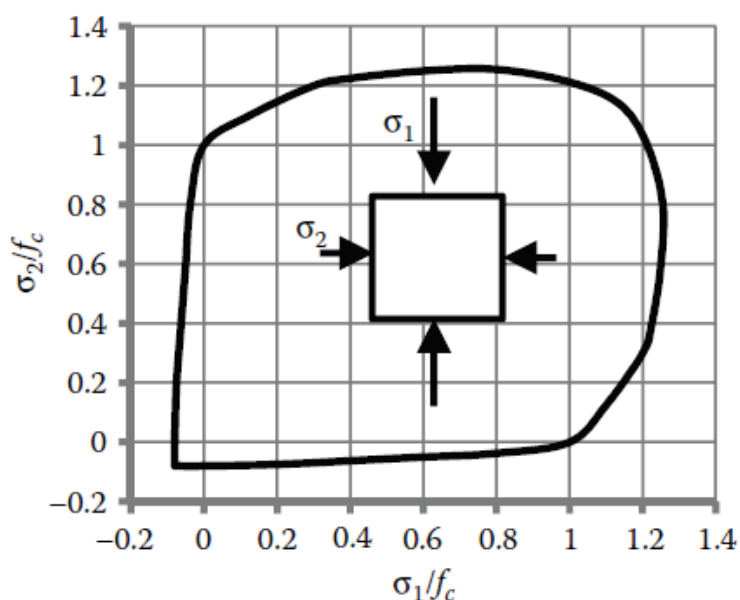
O parâmetro $(\sigma_{bo}/\sigma_{co})$ discutido no item anterior na implementação da mecânica do dano, ao ser considerado nos modelos computacionais de elementos finitos, por recomendação, é tomado nos softwares comerciais como sendo igual a 1,16 – justamente, para se considerar 16% de ganho de resistência. Já para o concreto submetido a tensões de trações em estado plano, observa-se uma resistência praticamente igual a resistência à tração em estado uniaxial. Segundo Proença (1988), o concreto quando submetido a compressão biaxial, apresenta um aumento da sua ductilidade; quando submetido a esforços de tração biaxial, há uma redução; e quando

submetido a um esforço de compressão-tração, ocorre o decréscimo de sua resistência à compressão de forma aproximadamente linear com o acréscimo da tensão de tração.

Proença (1988) ainda completa que a ruptura do concreto ocorre por separação ortogonal à direção de tração máxima ou de deformação (alongamento) máxima. Assim, as deformações por tração são de fundamental importância para o estabelecimento dos critérios e mecanismos de ruptura do concreto.

Na Figura 34 é possível comparar as resistências dos estados de compressão, tração e compressão-tração biaxiais do concreto através da envoltória completa idealizada por Kotsovos (2015).

Figura 34 - Envoltória completa para estado biaxial de tensões

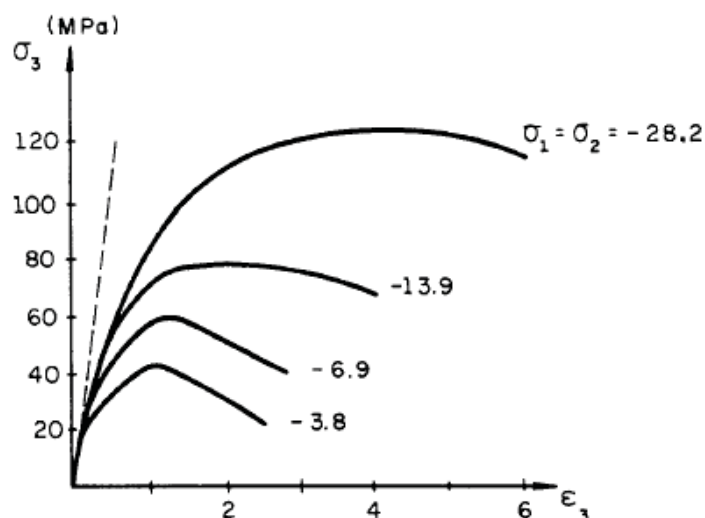


Fonte: (Kotsovos, 2015)

3.1.2.5. Comportamento do concreto em estados tri axiais

Proença (1988) apresenta algumas curvas típicas de tensão/deformação para corpos de prova de concreto de mesma classe ensaiados com a presença de uma tensão de confinamento (compressão) lateral (Figura 35).

Figura 35 - Ensaio triaxiais de corpos de prova

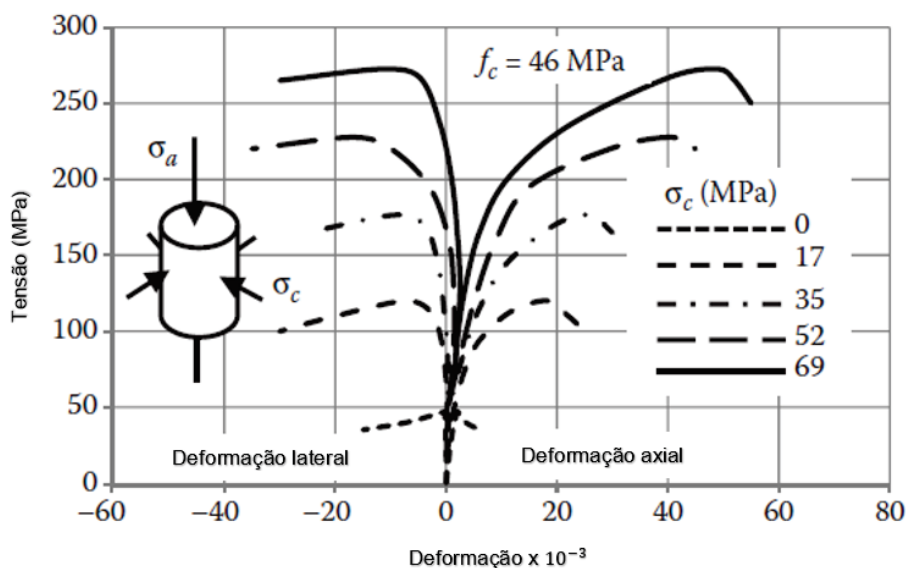


Fonte: (Proença, 1988)

Pela Figura 36 é possível notar que quanto maior a tensão de confinamento lateral σ_1 e σ_2 , maior é a resistência última do concreto na direção principal da aplicação da carga (σ_3). Pode-se constatar que o mesmo concreto que resiste a 40 MPa para uma tensão de confinamento quase inexistente ($\sigma_1 = \sigma_2 = 3,8 \text{ MPa}$), tem um acréscimo de aproximadamente três vezes o valor da sua resistência para direção principal (120 MPa) quando está sujeito a um estado triaxial de compressão ($\sigma_1 = \sigma_2 = 28,2 \text{ MPa}$).

Kotsovos (2015) também apresenta ensaios com resultados semelhantes, porém, para concretos de alta resistência (CAD – concreto de alto desempenho) – Figura 36 – onde pode-se notar o ganho de resistência devido ao estado triplo de confinamento do concreto. O autor explica que a tensão lateral foi aumentada junto com a axial (pressão hidrostática) até o ponto máximo desejado para o confinamento, a partir daí, a tensão lateral foi mantida constante durante o restante do ensaio, enquanto a tensão axial (σ_a) foi aumentada, gradativamente, até a ruptura dos corpos de prova analisados.

Figura 36 - Ensaios triaxiais de compressão



Fonte: (Kotsovos, 2015)

Os exemplos mostram que as curvas de ensaios triaxiais exibem tendências similares, se comparadas com as respostas do concreto em estado uniaxial, tendo em ambos diagramas, um trecho inicial ascendente linear, outro trecho não-linear até o limite de resistência (pico do diagrama) e por último, um trecho de amolecimento após a ruptura ou falha do material.

Proença (1988) observa que em estados triaxiais de compressão, a ruptura do concreto se dá sempre por esmagamento.

Conforme explica Kotsovos (2015), a fissuração visível (*macro cracking*) indica que o material falhou em determinada região do elemento estrutural. Ao contrário da micro-fissuração, as trincas visíveis a olho nu são consideradas pontos de patologia estrutural e devem ser evitadas. Essas trincas, após formadas, se propagam até que o equilíbrio do elemento seja reestabelecido através da redistribuição dos esforços ou em alguns casos, até o colapso do elemento estrutural.

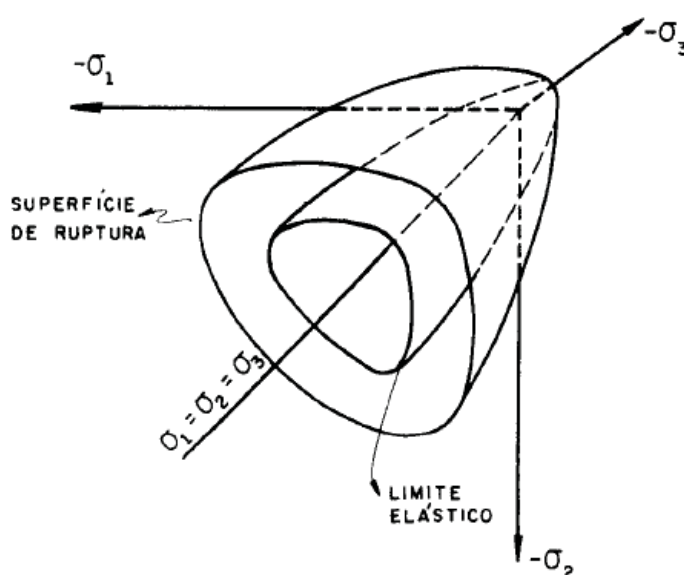
A micro-fissuração é a principal causa do comportamento não-linear do concreto, enquanto o aparecimento das trincas (*macro cracking*) coincide com o estágio da ruptura (limite de resistência) do material ou estágio de falha. Do ponto de vista teórico, a capacidade resistente do material em um estado tri-axial de tensões está delimitada por uma superfície de falha.

As tensões nunca ultrapassam esse limite em nenhum ponto da estrutura, pois antes disso acontecer, ocorre uma plastificação pontual, seguido de uma redistribuição de tensões para pontos vizinhos. Na literatura são encontrados diversos tipos de

superfícies de falha genéricas que podem ser aplicadas para diversos tipos de materiais – conforme será visto mais à frente.

Conforme explica Chen e Han (1988), o concreto possui uma relação importante com a pressão hidrostática, uma vez que enquanto o tensor de tensões percorre este eixo, o material não apresenta falha, em outras palavras, o concreto teria resistência infinita se fosse submetido a carregamentos crescentes, onde $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33}$. Conforme observamos na Figura 37, uma superfície de ruptura genérica para o concreto engloba todo o eixo hidrostático (em compressão).

Figura 37 - Superfície de falha genérica para o concreto

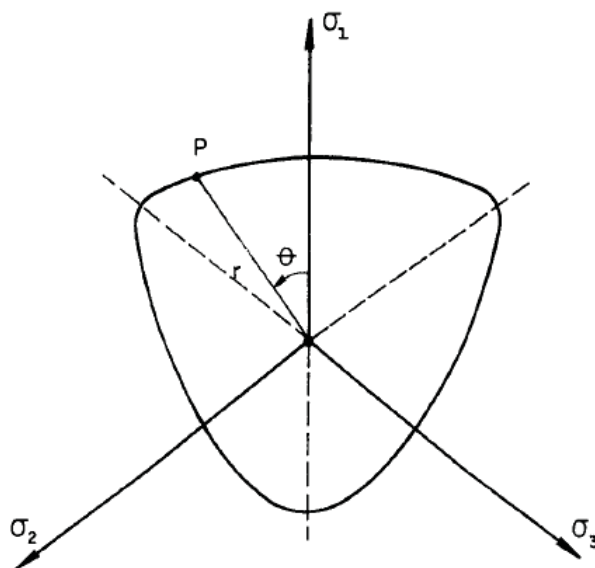


Fonte: (Proença, 1988)

A superfície de ruptura pode ser estudada a partir de planos ditos deviatórios (também chamados na literatura de planos π ou plano de Nadai), ortogonais ao eixo hidrostático, e planos meridionais, contendo o eixo hidrostático. Pode-se assim, visualizar a superfície a partir de sua seção transversal – a partir dos planos deviatórios – e sob seus meridianos, divisão esta que facilita a compressão dos critérios de falha da estrutura.

Para compressões hidrostáticas crescentes, a seção no plano deviatório da superfície de falha para o concreto, tende a um formato circular segundo Proença (1988), já para valores baixos de tensões hidrostáticas de compressão, apresenta um formato convexo, conforme apresentado na Figura 38:

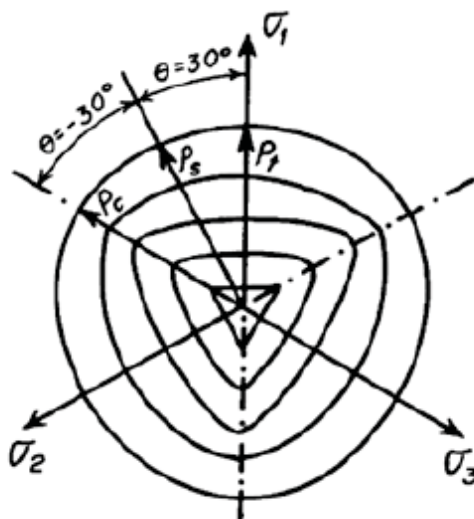
Figura 38 - Superfície de ruptura convexa no plano deviatório para tensões baixas de compressão



Fonte: (Proença, 1988)

Pode-se observar a existência de três eixos de simetria na seção transversal da superfície de falha para o concreto, característica clássica de um material isotrópico, conforme explica Proença (1988). O autor ainda ressalta o fato de a superfície ser regular e suave em toda sua extensão. Já no domínio onde existem apenas tensões hidrostáticas de tração, vista perpendicularmente ao plano deviatório, a superfície tem um formato aproximadamente triangular, conforme mostram as envoltórias centrais – tensões triaxiais de tração como ilustra a Figura 39.

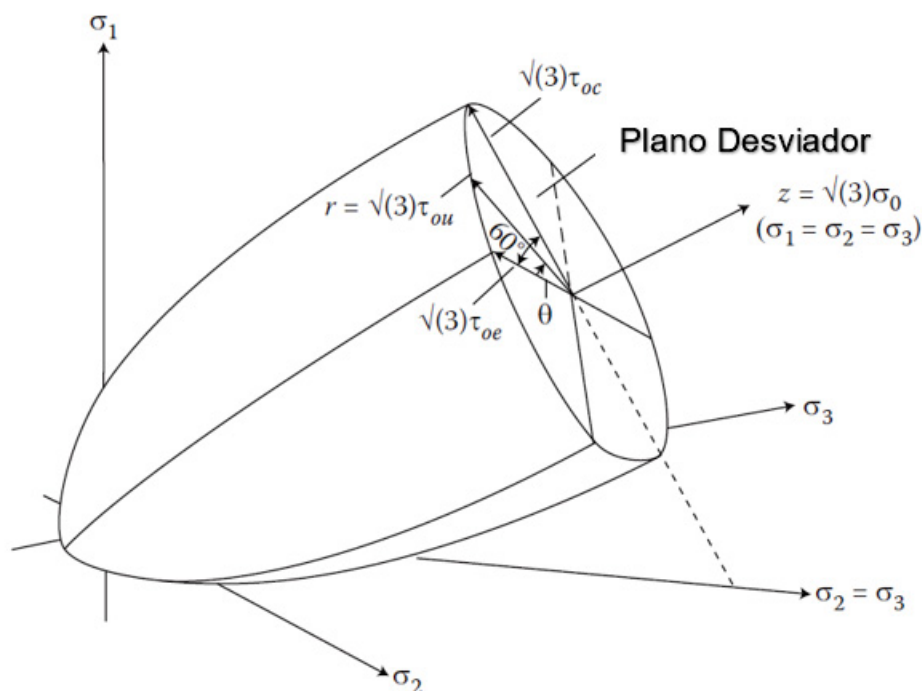
Figura 39 - Seções da superfície de ruptura no plano deviatório



Fonte: (Chen e Han 1988)

Kotsovos (2015) apresenta na Figura 40 um formato genérico idealizado para a superfície de falha no espaço tridimensional de tensões (espaço de Haigh-Westergaard). Nesta imagem, nota-se a pequena resistência do concreto quando submetido a tensões de tração em pelo menos uma das direções do ponto em estudo.

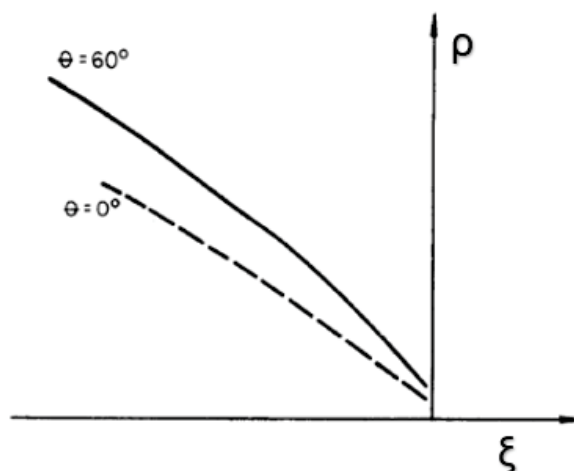
Figura 40 - Formato de uma superfície de falha genérica para o concreto no espaço de Haigh-Westergaard



Fonte: (Adaptado de (Kotsovos, 2015))

Já na representação da superfície de ruptura através de um plano meridional – Figura 41 – nota-se a dependência da tensão hidrostática para os limites que descrevem a falha – superfície curva, regular e convexa – e também ressalta, conforme explica Proença (1988), que para um carregamento puramente hidrostático (percorrendo o eixo ξ) não existe falha.

Figura 41 - Plano meridional da superfície de falha para o concreto



Fonte: (Adaptado de (Proença, 1988)).

Na figura 41, ξ é a parcela do vetor de tensões na direção do eixo hidrostático e ρ é a parcela do vetor de tensões contido no plano desviador ou perpendicular ao eixo hidrostático.

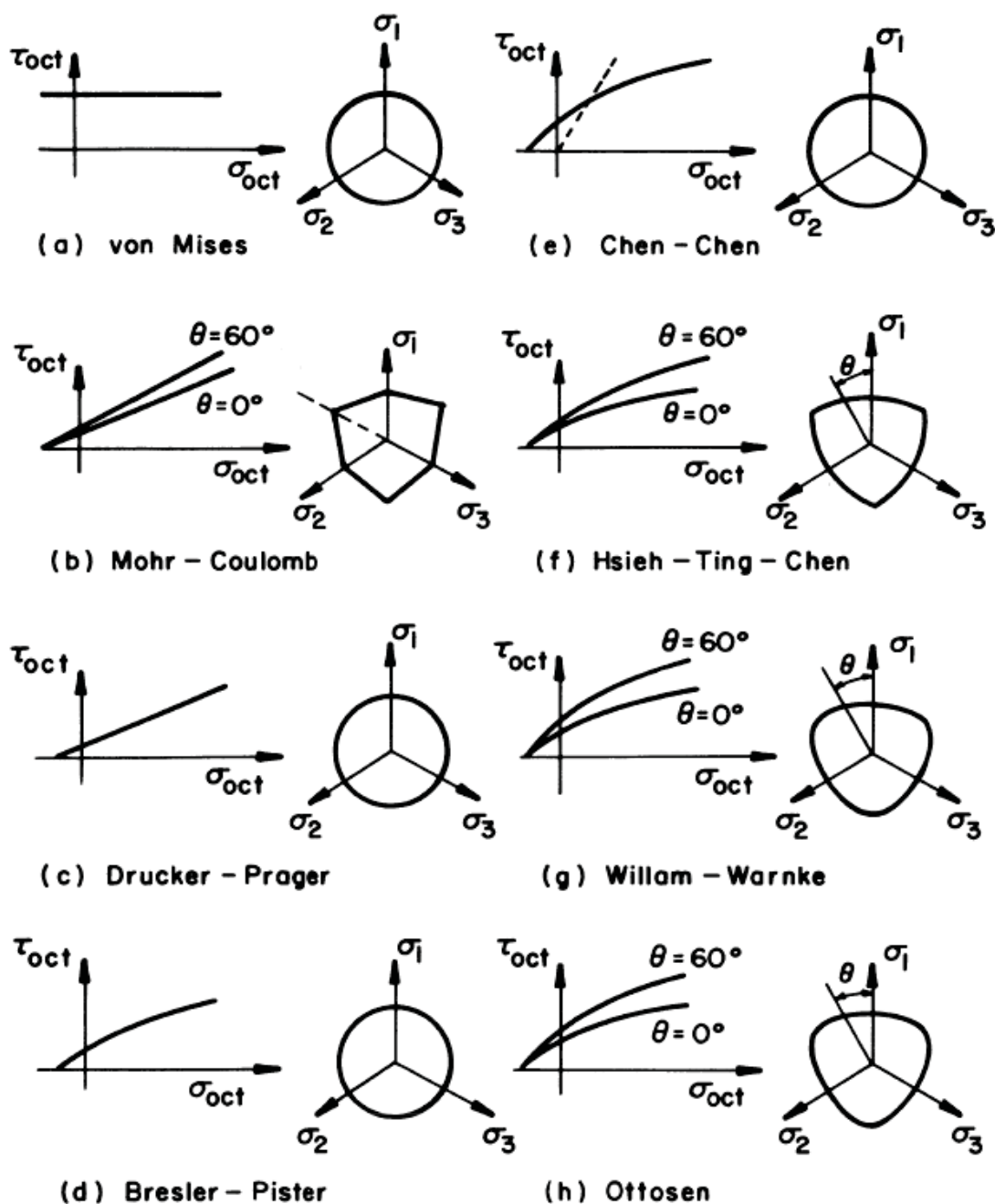
Como já mencionado, existem diversas superfícies de ruptura disponíveis na literatura atual, a diferença entre elas é a quantidade de parâmetros necessários para implementá-las, sendo, geralmente, os critérios com maior número de parâmetros mais precisos para descrever o comportamento do material. Esses parâmetros necessitam de ensaios experimentais para serem encontrados, fazendo com que algumas vezes, seja difícil implementar modelos mais refinados, com mais parâmetros, por falta de dados.

Conforme apresentam Chen e Han (1988) existem desde superfícies que precisam de apenas um parâmetro para serem construídas – como as superfícies de Von Mises e Tresca que são usadas, segundo o autor, para modelagens básicas e iniciais em modelos de elementos finitos para tratar o concreto a compressão – a até superfícies mais refinadas, como a de cinco parâmetros de Ottosen – que descrevem a envoltória de forma muito mais precisa, podendo ser usado, tanto para compressão, como para tração, já que descreve todas as características das superfícies idealizadas citadas até agora (curva, regular, convexa, dependente da pressão hidrostática, entre outras).

Na Figura 42 estão ilustrados diversos tipos de modelos de falhas estabelecidos por vários autores. A seguir, será feita uma apresentação sobre a superfície de Von Mises, de um parâmetro (por entender que é o modelo mais simples e que serve de base para o entendimento das outras envoltórias), a superfície de Drucker-Prager, de dois

parâmetros (muito usada para o concreto) e a superfície de Willian-Warkne, de três parâmetros (evolução da superfície de Drucker-Prager original e modelo similar ao implementado na modelagem do presente trabalho).

Figura 42 - Critérios de falha



Fonte: (W. F. Chen & Zhang, 1988)

Desenvolvido em 1913 por Richard Von Mises, com base na teoria da energia de distorção, o critério de falha assume que o escoamento tem início quando a energia de distorção (tensão de cisalhamento octaédrica) atinge um valor crítico. Segundo França

Guerra (2017) essa é uma excelente alternativa de modelo para descrever o escoamento de matérias que independem da pressão hidrostática.

Lodi (1998) explica que o escoamento ocorre quando o segundo invariante do tensor de tensões (J_2) atinge um valor crítico. A superfície é representada por um cilindro centrado sobre o eixo hidrostático no plano de tensões, em outras palavras, a superfície é definida quando a tensão octaédrica cisalhante atinge um valor crítico k como mostra a formulação:

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3} * J_2} = \sqrt{\frac{2}{3}} * k \quad (19)$$

Que pode ser escrito na forma reduzida por:

$$f(J_2) = J_2 - k^2 = 0 \quad (20)$$

Ou escrito em termos de tensões principais por:

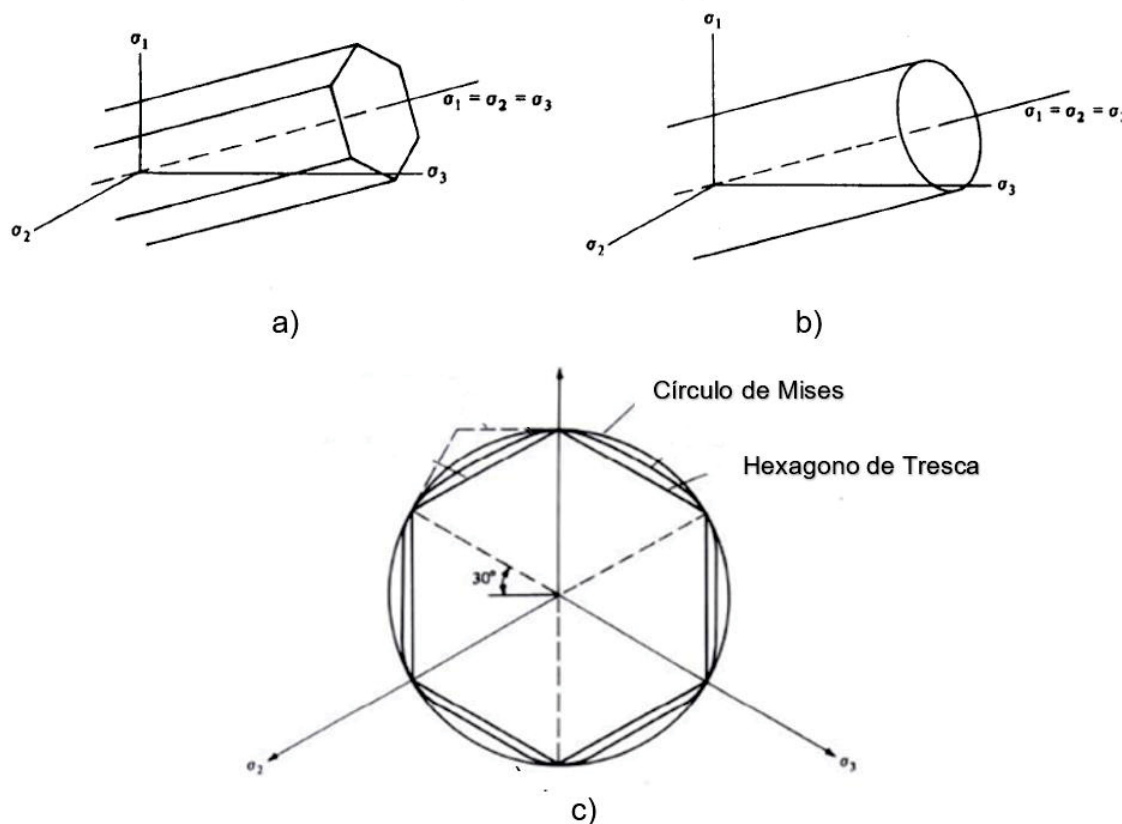
$$J_2 = k^2 = \frac{1}{6} * [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (21)$$

Sendo k o valor da tensão de escoamento em cisalhamento puro, em estado uniaxial teríamos $\sigma_1 = \sigma_0$ e $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$. Substituindo os valores nas equações anteriores temos:

$$k = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad (22)$$

Lodi (1998) faz um comparativo entre a superfície de Tresca (1864) e a de Von Mises (1913), mostrando que a superfície de escoamento de ambas se difere apenas em seu formato no plano deviatório (seção transversal). A superfície de Mises tem formato circular no plano deviatório e circunscreve a superfície de Tresca que possui um formato hexagonal conforme Figura 43. Proença (1988) observa que a diferença máxima entre os dois critérios citados é de 15 % e completa que a superfície de Mises, em termos práticos, é muito mais vantajosa por não apresentar descontinuidades em primeira derivada (não apresenta bicos na sua seção transversal) e, por ter maior concordância com resultados experimentais.

Figura 43 - Superfície de Tresca (a); superfície de Mises (b) e sobreposição dos critérios sobre o plano deviatório (c)



Fonte: (Lodi, 1998) e adaptado de (França Guerra, 2017)

Conforme podemos observar, as superfícies de falha descritas acima não são indicadas para materiais que possuam dependência da tensão hidrostática, como o concreto. O critério de Drucker-Prager, estabelecido em 1952, é uma modificação do critério de Von Mises, onde é introduzido a dependência entre a superfície de falha e o valor da tensão hidrostática na fratura (FRANÇA GUERRA, 2017).

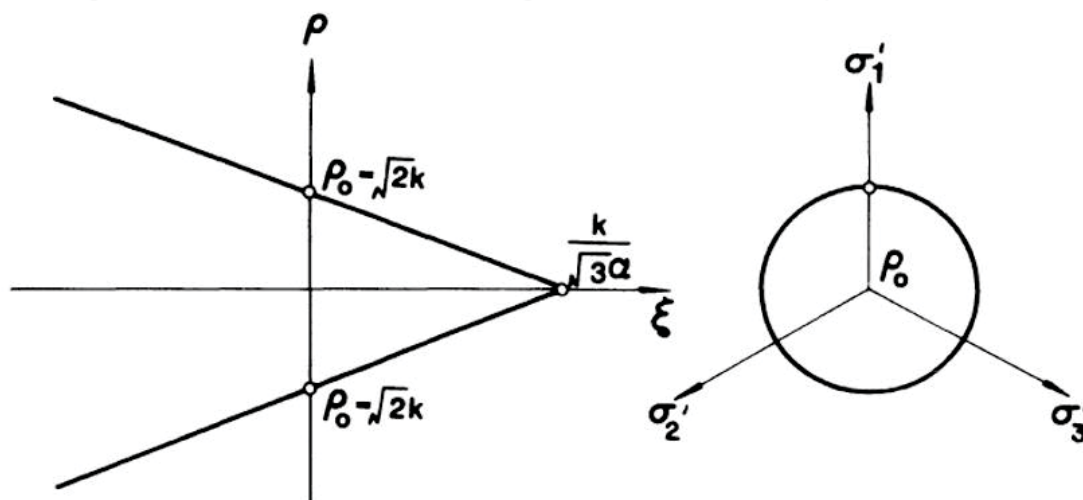
Este é um dos critérios de dois parâmetros encontrados na literatura mais usados para se modelar o comportamento do concreto, também é muito usado em modelos de ruptura para simulação na área de solos e estabilidade de taludes. Cecilio (2011) explica que no critério de Drucker-Prager, o limite da zona elástica é estabelecido por uma combinação crítica entre a pressão hidrostática e a tensão de cisalhamento. Essa relação, devido a isotropia do material, é representada em função dos invariantes pela formulação:

$$f(J_2, I_1) = \alpha * I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (23)$$

Onde α e k são constantes do material. A superfície de Drucker-Prager é exatamente igual ao encontrado no critério de falha de Von Mises quando temos o valor para α igual a zero.

Conforme explica Chen et al. (1988) a superfície de Drucker Prager no espaço, lembra um cone, cujo seu formato no plano meridiano e no plano deviatório (plano π) está ilustrado na Figura 44.

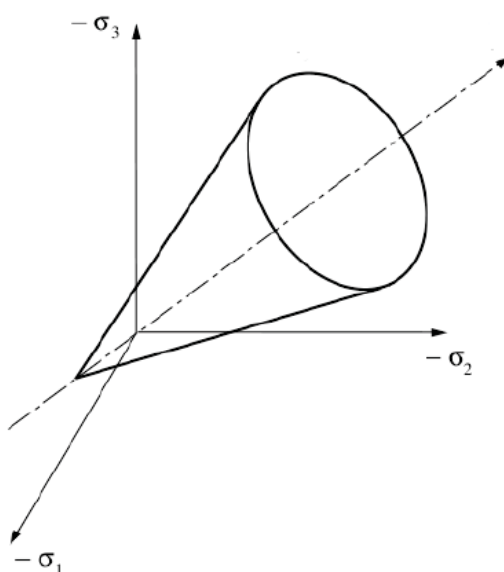
Figura 44 – Critério de Drucker-Prager: Plano meridiano e plano deviatório



Fonte: (W. F. Chen & Zhang, 1988)

Cecilio (2011) chama a atenção para o fato de que o formato cônico da superfície de falha comprova a relação que o critério tem com o efeito da pressão hidrostática – Figura 45.

Figura 45 – Representação espacial do critério de Drucker-Prager

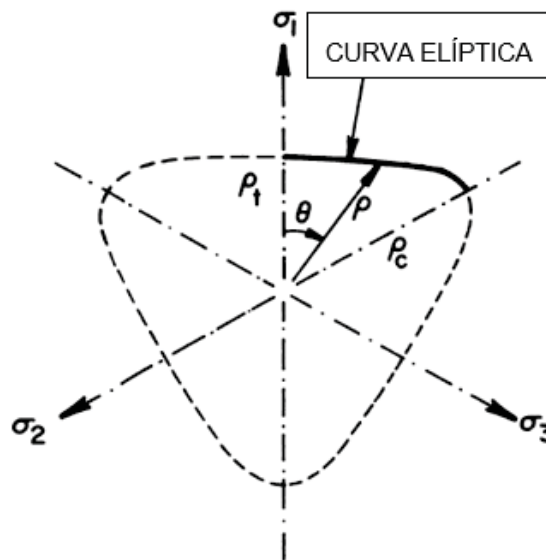


Fonte: (Cecilio, 2011)

Já para o critério de três parâmetros proposto por Willian-Warnke, postulado em 1975, existe também uma dependência entre a tensão normal octaédrica e a tensão

cisalhante octaédrica. Porém, esta relação é linear, fazendo com que as seções transversais nos planos deviatórios (planos π) não apresentem um formato circular constante. Para consideração desta variação é introduzido um parâmetro chamado de ângulo de similaridade (θ), conforme Figura 46 (Guerra & Greco, 2017).

Figura 46 – Superfície de Willian-Warnke no plano deviatório



Fonte: (Adaptado de W. F. Chen & Zhang, 1988)

É possível escrever as distâncias de $\rho(\theta)$ a partir de ρ_c , ρ_t (componentes de tensão perpendiculares ao eixo hidrostático em $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 60^\circ$ respectivamente) e do ângulo de similaridade (θ), conforme equação apresentada abaixo:

$$\rho(\theta) = \frac{2 * \rho_c * (\rho_c^2 - \rho_t^2) * \cos\theta + \rho_c * (2 * \rho_t - \rho_c) * [4 * (\rho_c^2 - \rho_t^2) \cos^2\theta + 5 * \rho_t^2 - 4 * \rho_t * \rho_c]^{1/2}}{4 * (\rho_c^2 - \rho_t^2) * \cos^2\theta + (\rho_c - 2 * \rho_t)} \quad (24)$$

Segundo França Guerra (2017), os três parâmetros necessários para a implementação do critério de Willian Warnke podem ser descobertos através de ensaios de tensão uniaxial, compressão uniaxial e compressão biaxial. Após obter os dados experimentais, as seções transversais são facilmente construídas usando curvas apropriadas (CHEN & ZHANG, 1988).

Pode-se observar um caso especial onde o valor de $\rho_c/\rho_t = 1$, ou seja, quando o formato do critério de Willian-Warnke se resume a um círculo, quando projetado sob o plano deviatório (plano π), ficando assim, igual a superfície proposta pelo critério de Drucker-Prager.

Chen et al. (1988) também explicam que os valores de p_c e p_t podem ser previstos matematicamente através da resistência uniaxial a compressão do concreto (f'_c) e de relações empíricas, encontradas nos ensaios de Kupfer's, conforme apresentado abaixo:

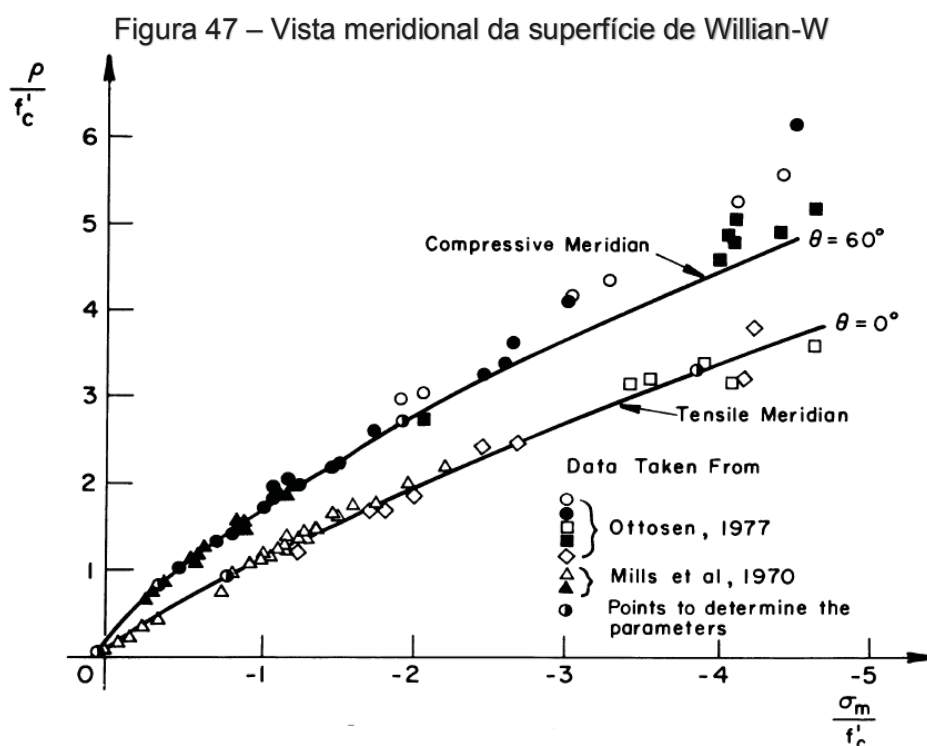
Resistência uniaxial a tração igual a: $(f'_t) = 0.1 * (f'_c)$

Resistência biaxial a compressão igual a: $(f'_{bc}) = 1.15 * (f'_c)$

Componente de tensão em $\theta = 0^\circ$: $(\rho_c) = 3.461 * (f'_c)$

Componente de tensão em $\theta = 60^\circ$: $(\rho_t) = 2.77 * (f'_c)$

O autor também apresenta a comparação entre a superfície de falha construída numericamente pelo método descrito com alguns ensaios realizados por Ottosen (1977) e Mills et al. (1970) vista pelo plano meridional (Figura 47). Podemos notar a boa aproximação entre o modelo de falha proposto e os dados experimentais coletados.



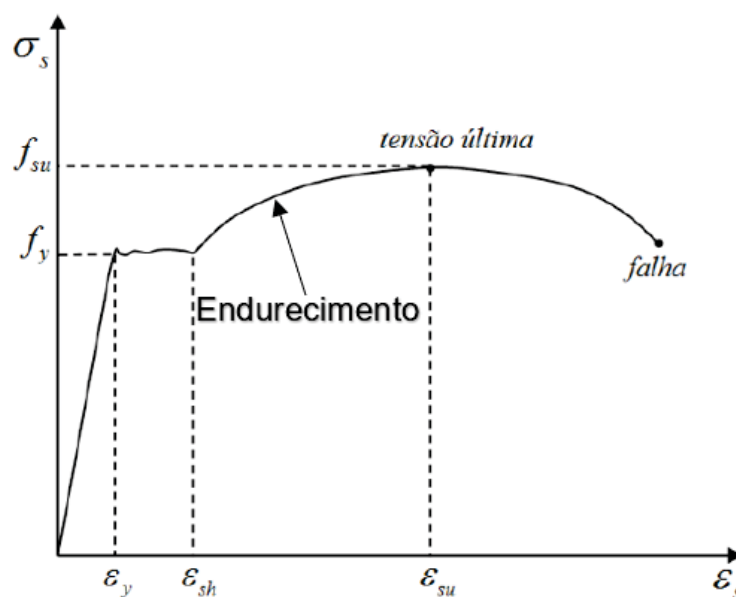
3.1.3. Modelo constitutivo para o aço

Diferente do concreto, as barras de aço usadas na construção civil suportam esforços apenas em sua direção axial, ou seja, as direções perpendiculares ao eixo das barras são desprezadas. Portanto, é suficiente o conhecimento das propriedades das barras relativas ao estado de tensão uniaxial. As propriedades das barras de aço são obtidas a partir de ensaios usuais de tração uniaxial e a forma do diagrama

tensão/deformação é fortemente influenciada pelo processo de fabricação do material (BONO, 2008).

As barras de aço obtidas por laminação à quente, maior parte dos aços usados na construção civil (barras de aço CA-50), apresentam um patamar de escoamento no diagrama de tensão/deformação após a tensão de escoamento (f_y) ser atingida, e também possuem um endurecimento por deformação (*strain hardening*).

Figura 48 – Diagrama tensão/deformação para aço com patamar de escoamento



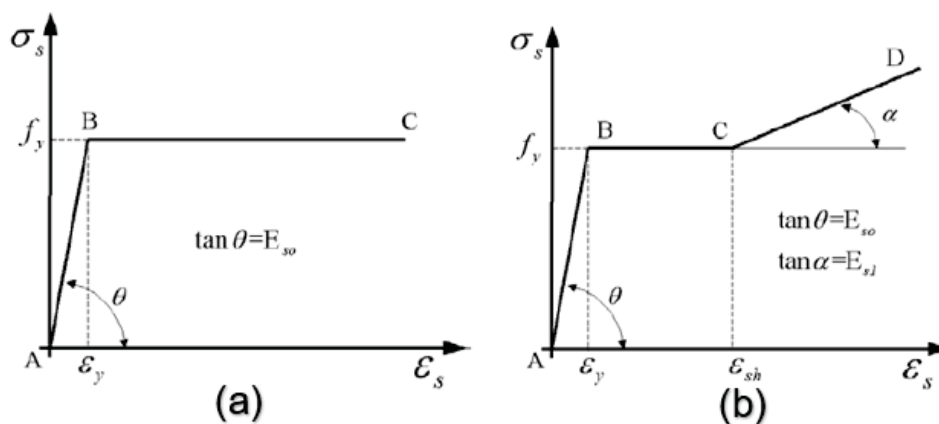
Fonte: Modificada de (Bono, 2008)

As barras de aço apresentam quatro regiões bem definidas em seu diagrama tensão/deformação (Figura 48). Na primeira fase, onde a tensão é inferior a (f_y), há uma resposta perfeitamente elástica e linear. Após a tensão atingir este ponto, o aço passa para a segunda fase, caracterizada por um patamar de escoamento perfeitamente plástico (geralmente esta fase é definida quando a deformação no elemento se encontra entre $0,2\% > \epsilon_s > 1\%$). Várias normas e códigos utilizam modelos simplificados para o aço, considerando apenas essas duas características iniciais para descrever o seu comportamento, ou seja, o diagrama é idealizado por uma representação perfeitamente elasto-plástica (sem afetar a segurança no dimensionamento) – Figura 49 (a).

A terceira fase do diagrama é a de endurecimento por deformação ($1\% > \epsilon_s > 2\%$), onde o aço ganha resistência com o aumento da deformação – representado no trecho linear final no modelo simplificado da Figura 49 (b). Já a última fase é a de amolecimento, que se dá entre o pico de tensão ($\epsilon_s \cong 2\%$) e o ponto de ruptura da barra (CAMPOS, 2003). Essas últimas fases, mesmo não sendo consideradas nos dimensionamentos da

maioria das normas, contribuem para que o elemento estrutural tenha uma reserva de carga em seu estado limite último.

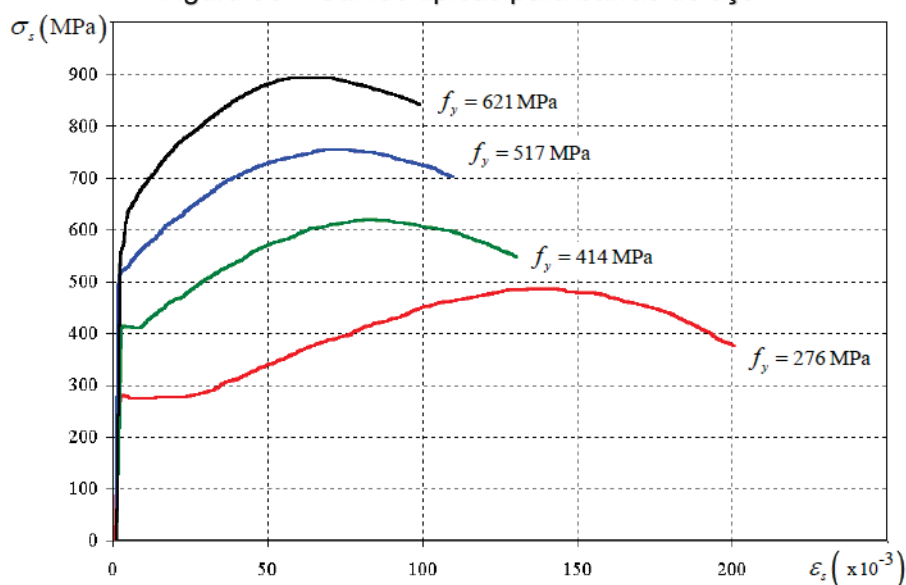
Figura 49 – Modelo elasto-plástico perfeito e diagrama trilinear para o aço



Fonte: (Bono, 2008)

Pode-se observar na Figura 50, retirada do ASCE/ACI (1991), vários ensaios típicos de barras de aço. Nota-se claramente as quatro fases distintas encontradas nos diagramas que representam o comportamento deste material.

Figura 50 – Curvas típicas para barras de aço

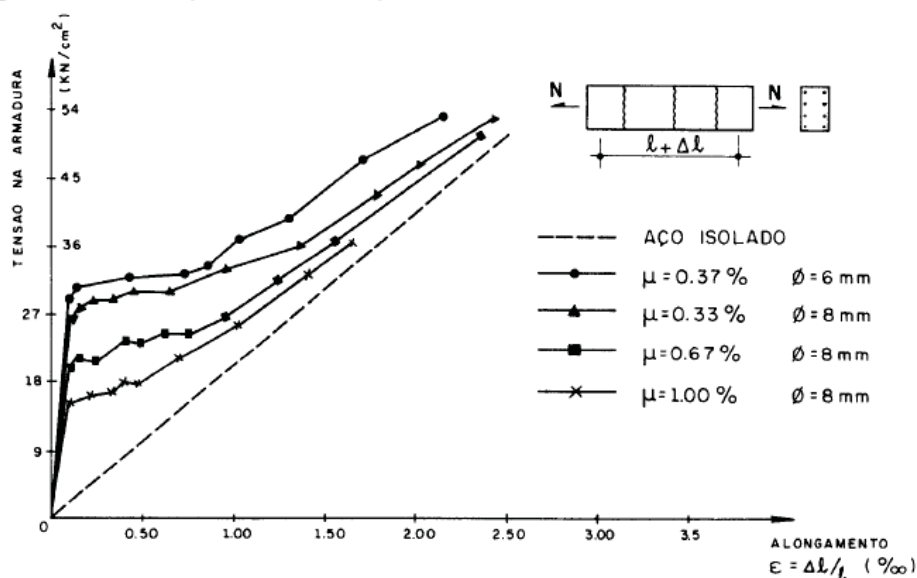


Fonte: (ASCE/ACI 477, 1991)

Como explica Chen et al. (1988), o critério de falha é geralmente definido em função da capacidade de carga máxima do material à ruptura, porém, para materiais perfeitamente plásticos, o escoamento caracteriza a falha do material. Em resumo, a tensão que caracteriza o início de escoamento é a própria tensão de falha do material.

Proença, (1988) aponta para o enrijecimento à tração do elemento concreto armado, em comparação uma barra isolada de aço. O autor apresenta vários resultados experimentais de tração em barras de armaduras envoltas por uma massa de concreto como ilustra a Figura 51.

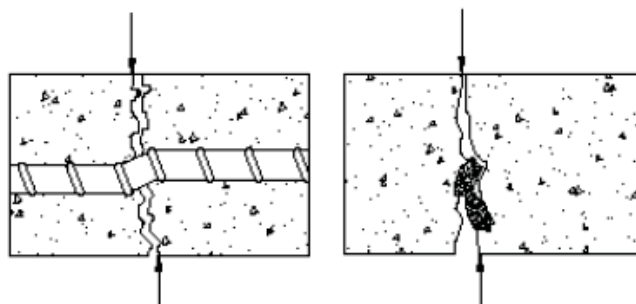
Figura 51 – Comportamento experimental de barras tracionada no concreto



Fonte: (Proença, 1988)

Bono (2008) explica que um aspecto muito importante a ser considerado em modelagens em elementos finitos é a fissuração do concreto e a consequente redistribuição de esforços deste para a armadura. Esta transmissão de esforços é um fenômeno complexo, que envolve dentre outros fenômenos, o engrenamento dos agregados e o efeito pino das barras das armaduras, conforme ilustrado na Figura 52. Esse fenômeno irá ser explorado mais adiante no capítulo sobre modelagens em elementos finitos.

Figura 52 – Efeito pino da armadura e engrenamento dos agregados



Fonte: (Bono, 2008)

3.2. Métodos das Bielas

Visando avaliar a distribuição de tensões nas regiões “D”, apresenta-se a seguir uma breve revisão do Método das Bielas.

3.2.1. Regiões D e B

Para o dimensionamento de elementos especiais em concreto armado é necessário entender o conceito de descontinuidade. Essa definição divide os elementos estruturais em duas classes, a primeira delas designada por “regiões B”, onde se aplicam as hipóteses de Euler-Bernoulli-Navier, e a segunda por “regiões D”, também conhecidas por regiões de descontinuidade.

A teoria de Euler-Bernoulli-Navier estabelece que as seções planas perpendiculares ao eixo neutro de um elemento, permanecem planas, mesmo após a ocorrência de esforços de flexão— hipótese das seções planas. (SOUZA, 2004).

Segundo Campos Filho (1996), regiões onde se aplicam as hipóteses são denominadas de regiões B – a letra B vem de Bernoulli - Beam theory ou Bending theory (teoria de flexão) atendem com precisão a hipótese das seções planas após a deformação. Além disso, a partir dos esforços seccionais é possível obter o estado interno de tensões dos elementos em toda sua seção.

Schlaich *et al* (1987) lembram que as regiões B podem ser dimensionadas também com base em um modelo de treliça (escoras e tirantes) – clássica teoria da analogia de treliça de Ritter e Mörsch para vigas que será discutido no próximo item.

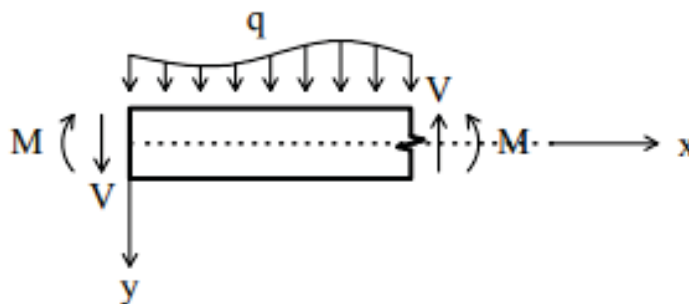
Para que a teoria de viga de Euler Bernoulli possa ser aplicada é necessário que se observem alguns critérios, conforme apresentado por muitos autores como Hibbeler (2009) e Beer et al. (2003), sendo eles:

- Comprimento ser muito maior que as outras dimensões;
- A seção transversal possuir pelo menos um eixo de simetria;
- Todas as cargas atuam no plano de simetria;
- Pequenas deformações transversais;
- Deformação por esforço cortante desprezível;
- Material admitido como elástico, isotrópico e homogêneo.

Atendendo a essas hipóteses, é possível encontrar equações diferenciais governantes do problema, – equação da linha elástica – que relacionam o momento fletor e os deslocamentos nodais no elemento para uma distância em x :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (25)$$

Figura 53 – Trecho de viga analisada pela hipótese de Euler-Bernoulli



Fonte: (Hibbeler, 2009)

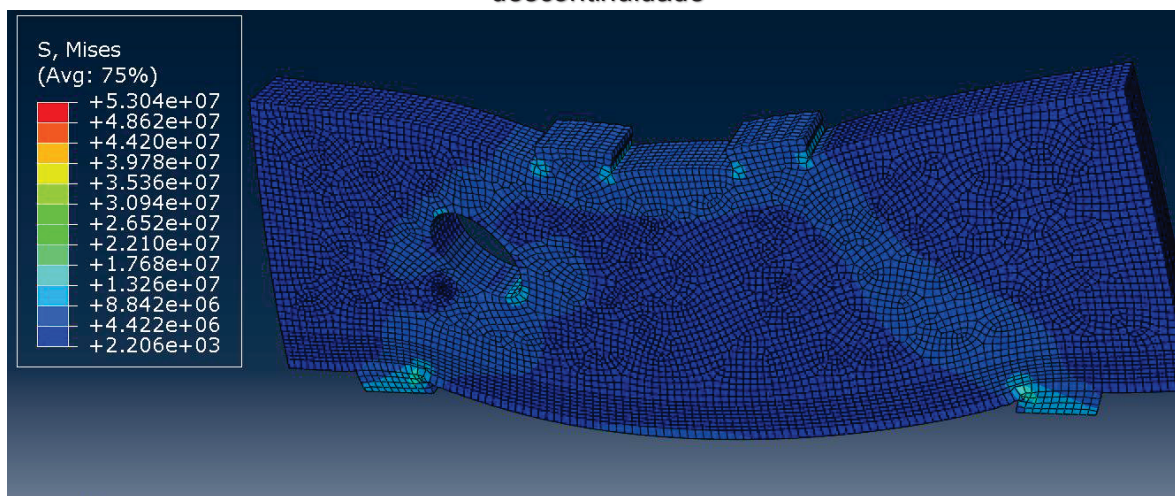
Já em regiões onde a distribuição das deformações é significativamente não-linear, como por exemplo, próximo a cargas concentradas, nas regiões de apoio, em regiões onde a deformação por cisalhamento influencia de maneira significativa à deformação total ou próximo de aberturas e descontinuidades, este método não pode ser aplicado. Estas regiões são conhecidas como “Regiões D” - a letra D vem de descontinuidade ou distúrbio.

França Guerra (2017) aponta que a dependência entre o distanciamento dos pontos de aplicação de cargas com o estado de tensões pode ser explicada pelo “Princípio de Saint Venant”. Tal princípio estabelece, que quanto mais afastado estiver um ponto das regiões de aplicação dos esforços, mais uniforme é o estado de tensões. Logo, próximo a apoios e em pontos de aplicação do carregamento (principalmente em cargas pontuais) espera-se encontrar regiões de concentração de tensões.

Souza (2004) completa que:

Se existirem dois sistemas estaticamente equivalentes de forças sendo aplicados na mesma região de um contorno, em corpos diferentes, mas geometricamente idênticos, as diferenças ocorridas nas tensões são desprezíveis em regiões suficientemente afastadas do ponto de aplicação. No entanto imediatamente abaixo do ponto de aplicação da carga surgirão diferenças significativas de tensão. (SOUZA, 2004).

Figura 54 – Simulação de viga-parede com concentração de tensões em regiões de descontinuidade



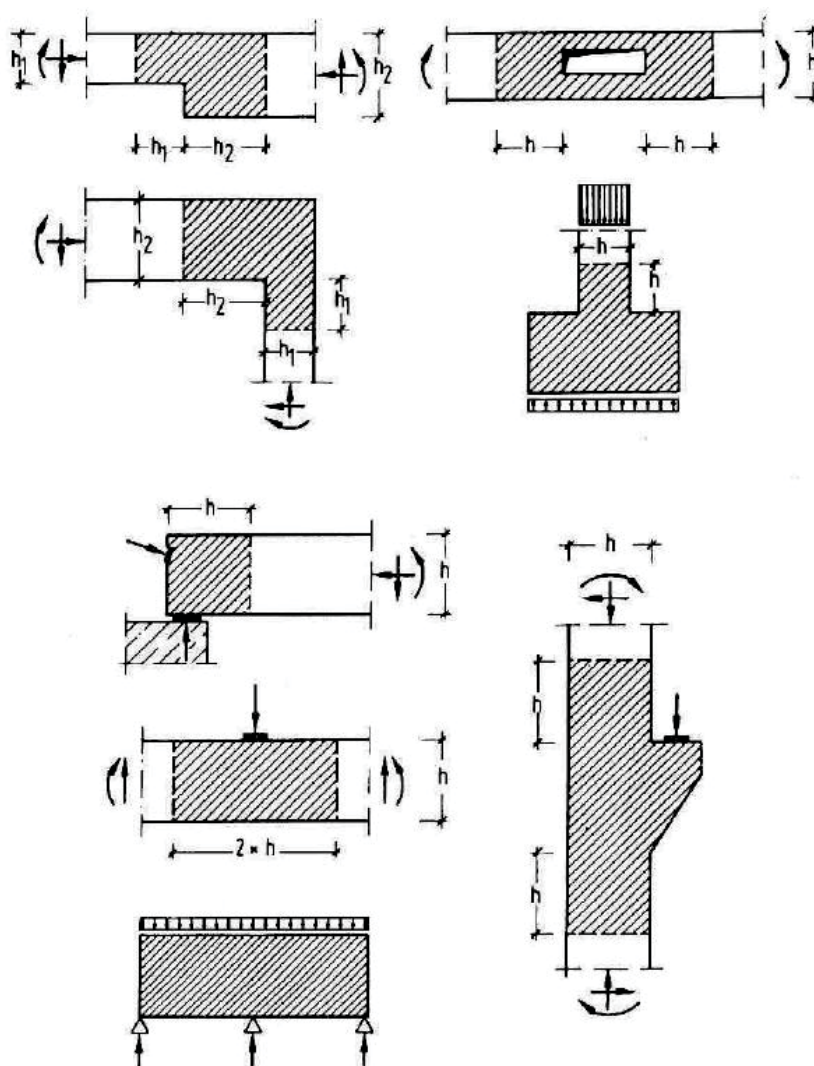
Fonte: elaborada pelo autor

Utilizando recursos numéricos em elementos finitos é possível comprovar visualmente que a região que está muito próxima do ponto de aplicação do carregamento encontra-se perturbada e que existe uma grande variação de tensões nestes pontos. A Figura 54 representa o modelo de elementos finitos de uma viga-parede bi apoiada com um furo e sujeita a duas cargas no vão. Observam-se pontos onde existem concentração de tensões (regiões azul-claros), sendo eles, aonde nascem os pilares na viga-parede (aplicação do carregamento), nos apoios inferiores e também, próximo a abertura. Convém destacar também que, vigas parede como a ilustrada na Figura 54, ao se deformarem, não mantêm as seções planas como em barras prismáticas, não podendo ser tratadas como nos modelos de Euler-Bernoulli-Navier.

Pode-se se dizer, que a identificação e definição dos pontos da estrutura, aonde deve-se utilizar ou não a hipótese de Bernoulli, depende do entendimento e experiência do engenheiro projetista, já que não existe uma regra absoluta para esses tipos de elementos (GUERRA & GRECO, 2017).

Na Figura 55, encontram-se sombreados exemplos de regiões de descontinuidade (regiões D) em elementos usuais, e em branco, estão representadas as Regiões B – que podem ser dimensionadas a partir da teoria de Bernoulli:

Figura 55 – Regiões destacadas (regiões D) com distribuição de deformações não-lineares por descontinuidade geométrica ou estática.



Fonte: (Campos Filho, 1996)

Entende-se que a Região D se estenda a uma distância de h para cada lado da descontinuidade, conforme Figura 55 (CAMPOS FILHO, 1996), sendo h a altura da seção transversal. Porém, em alguns casos, um elemento inteiro pode ser considerado como uma “região D”, como nos casos típicos de blocos de fundação sobre estacas, consolos curtos e vigas paredes. Elementos estruturais como estes são também considerados como em “zonas de descontinuidade generalizada”.

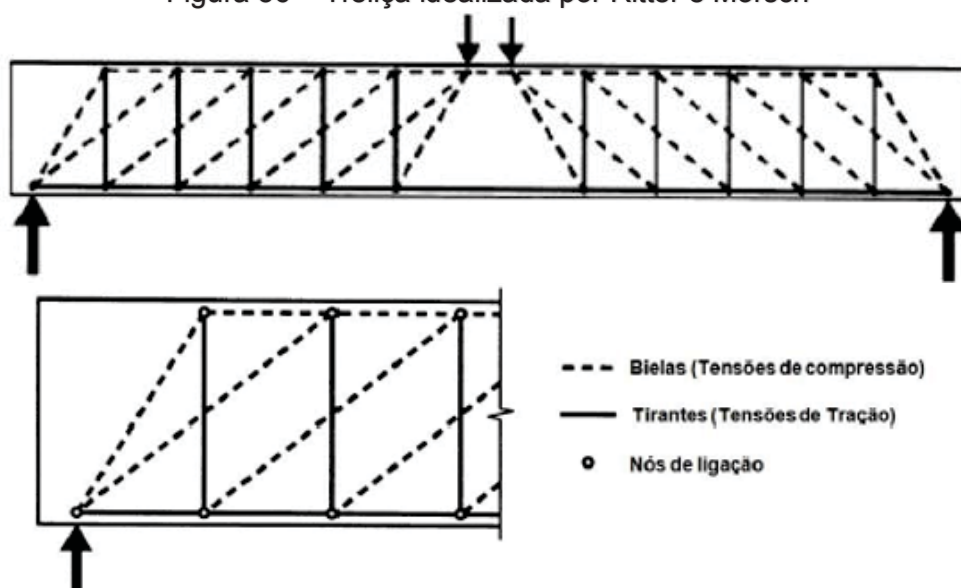
Conforme será visto mais adiante, o fluxo interno dos esforços nesses elementos pode ser descrito pelo Método das Bielas.

3.2.2. Analogia Clássica de Treliza para vigas de concreto armado

Quando se dimensionam vigas em concreto armado é comum utilizar o procedimento onde se aplicam os esforços seccionais (relativos a teoria da flexão – momento fletor e esforço cortante) para determinar a quantidade necessária de aço que deve ser empregado para o reforço do elemento – esse modelo é muito difundido pela sua praticidade e rapidez. Mesmo assim, segundo Santos e Giongo (2008), o modelo de treliça desenvolvido por Ritter e Mörsch para dimensionamento, no século passado, ainda é muito valioso em um aspecto científico e didático.

Por meio desse é possível ter um melhor entendimento de como os esforços estão se distribuindo, facilitando assim, a identificação de regiões mais carregadas. A teoria clássica explica a distribuição de tensões no interior de uma viga de concreto armado através de uma idealização de uma estrutura de treliça equivalente. Entende-se que o concreto armado quando fissurado, propicia a formação bem definida de bielas comprimidas inclinadas em ângulos menores ou iguais a 45° e tirantes tracionados (representado pelas armaduras transversais que fazem a suspensão da carga) e por fim, banzos superiores e inferiores que ora estão tracionados e ora comprimidos, dependendo do sentido da flexão, interligados entre si por nós, formando assim, um modelo plano de treliça.

Figura 56 – Treliza idealizada por Ritter e Mörsch



Fonte: (França Guerra, 2017)

Na Figura 56 apresenta-se o modelo de treliça equivalente para vigas de concreto armado desenvolvido por Ritter e Mörsch que, segundo França Guerra (2017), foram os pioneiros neste tema e deram origem ao modelo de escoras e tirantes no início do século XX.

A NBR 6118:2014 coloca que “o dimensionamento das armaduras longitudinais deve conduzir a um conjunto de esforços resistentes que constituam a envoltória dos esforços solicitantes determinados na análise” – Teoria do Limite Inferior da Plasticidade.

Souza (2004) explica que o Teorema do Limite Inferior da Plasticidade estabelece que um campo de tensões que satisfaz as condições de equilíbrio e de contorno, não violando nenhum limite de escoamento ou ruptura em nenhum ponto da estrutura, fornece um limite inferior da plasticidade, ou seja, é uma estimativa da capacidade de carga para materiais elasto-plástico perfeitos.

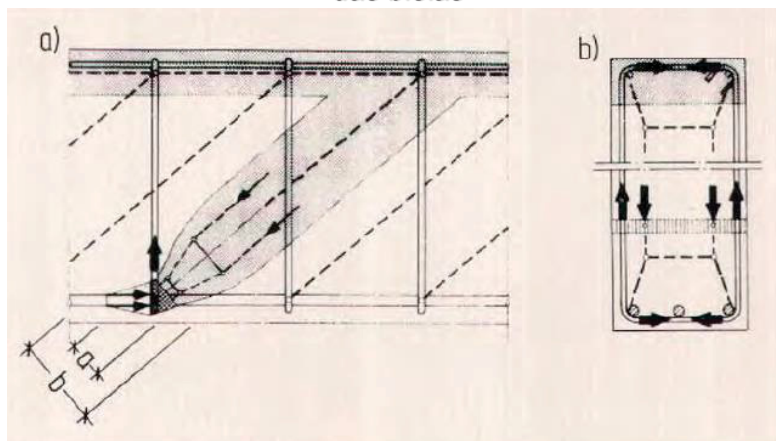
O Teorema do Limite Superior da Plasticidade diz que toda estrutura possui um caminho de distribuição de tensões até sua ruptura ocorrer, e quando carregada, ela irá seguir por este caminho. A ruptura irá acontecer quando as tensões resistentes forem menores que as solicitação externa – esse irá ser o limite superior para a plasticidade. Para encontrar esse limite deve-se lançar mão de ensaios experimentais e/ou simulações computacionais que consigam analisar não-linearmente e incrementalmente o processo de plastificação da estrutura. Esses limites não são encontrados de maneira muito simples, uma vez que, para se analisar fidedignamente um elemento de maneira não-linear, é preciso considerar muitos mecanismos que são usualmente simplificados para problemas práticos. Souza (2004) lembra que o método das bielas e dos tirantes é fundamentado no Teorema do Limite Inferior da plasticidade, pois admite que os tirantes irão escoar antes do concreto chegar à ruptura (esmagamento).

No modelo de escoras e tirantes, a viga é analisada como um todo, sem a necessidade de separar os esforços solicitantes – o que gera uma modelo mais realista para o dimensionamento (SANTOS, 2008). Assim, não é necessário buscar os deslocamentos (decalagem) dos diagramas de momento fletor para o correto posicionamento das barras, como solicita a NBR 6118:2014, pois a posição já fica evidente de acordo com as forças existentes em cada banzo da treliça.

Schlaich et al. (1987) apresentam as distribuições de tensões no interior de uma viga de concreto – Figura 57. Os autores defendem que o dimensionamento de vigas através dos esforços seccionais nada mais é do que uma análise de treliça, sendo que

este modelo de escoras e tirantes, pode ser utilizado em qualquer caso (tanto para regiões B quanto para regiões D).

Figura 57 – Distribuição de tensões no interior de uma viga de concreto analisada pelo método das bielas



Fonte: (Schlaich et al., 1987)

3.2.3. Histórico sobre o Método das Bielas

O modelo original de treliça proposto por Ritter e Morsch sofreu várias modificações ao longo dos anos. Inúmeros autores estudaram esta área do conhecimento e o método foi sendo aperfeiçoado. Muitos estudos foram feitos em relação às resistências das escoras comprimidas em regiões próximas aos nós – fornecendo vários critérios de dimensionamento e verificações que estão presentes em várias normas técnicas – e também em relação às configurações para o posicionamento dos elementos de bielas (comprimidos) e tirantes (tracionados).

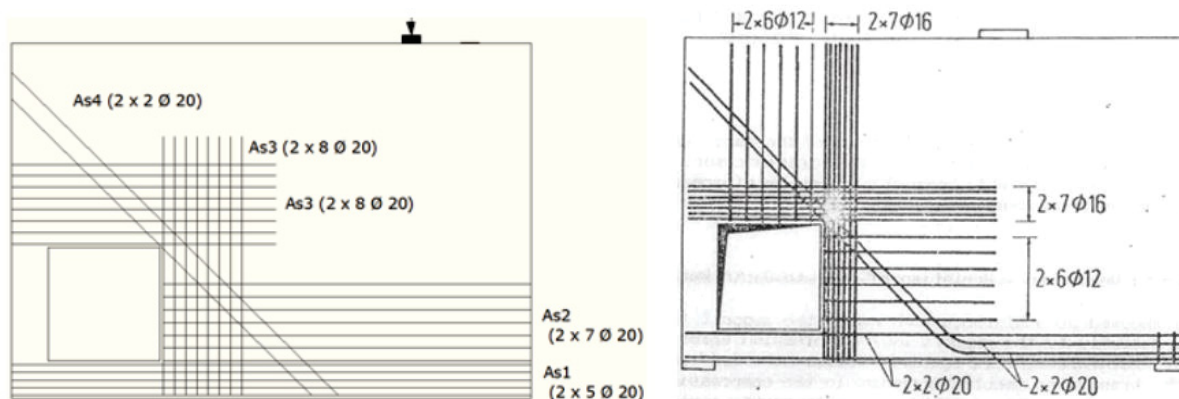
Um dos trabalhos que merecem destaque nesta área de conhecimento foi o desenvolvido por Schlaich e Schafer (1987), que passaram a aplicar o modelo de escoras e tirantes para outros tipos de elementos como vigas-paredes, blocos de fundação, consolos e outras regiões de descontinuidade. É relevante também o trabalho de Marti (1985), que usou conceitos da teoria da plasticidade e de outros critérios para propor um método para dimensionar as armaduras longitudinais e transversais de uma viga de concreto armado (SANTOS, 2008).

Santos (2008) completam que o modelo de bielas foi realmente difundido no mundo acadêmico e profissional a partir da década de 80, por influência destes autores citados, que conseguiram generalizar para outros elementos a analogia de treliça proposta inicialmente por Morsch.

Outro trabalho que merece destaque é o de Souza (2004), que realizou diversas análises para testar a configuração ótima das escoras e tirantes em diversos tipos de elementos de descontinuidade. Este autor também fez uma comparação de outros tipos de métodos para análises de esforços, como o método corda-painel e o método dos elementos finitos, a fim de testar a confiabilidade do método das bielas.

Almeida, Simonetti, & Oliveira Neto (2012) apresentaram uma proposta para a disposição das armaduras de um problema de bielas clássico apresentado por Schlaich et al (1987). Através de uma técnica de otimização topológica, foi encontrada a melhor disposição das armaduras segundo os critérios estabelecidos por Almeida et al. – Figura 58.

Figura 58 – Disposição das armaduras propostas por Almeida *et al* (2012) e por Schlaich *et al* (1987)



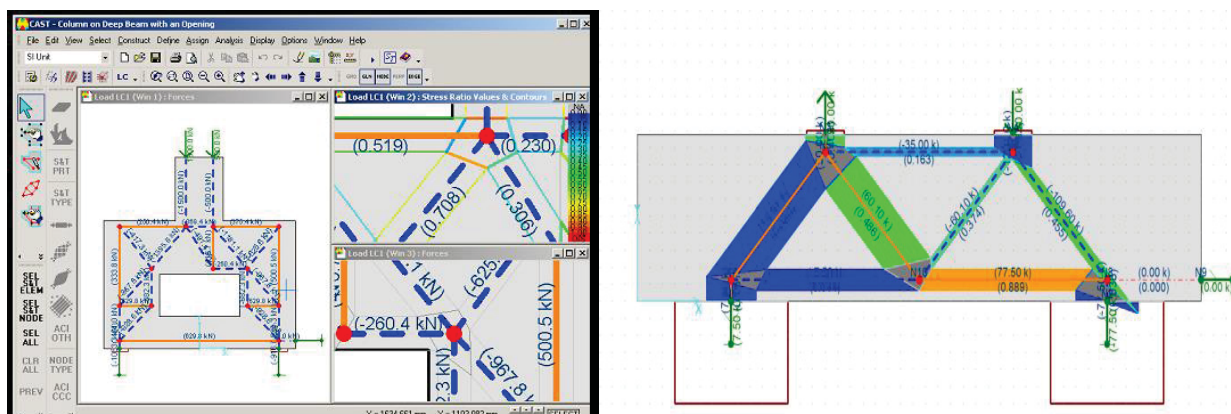
Fonte: (Almeida et al., 2012)

Uma das dificuldades do Método das Bielas decorre da necessidade de se idealizar uma configuração de treliça que seja compatível com a trajetória de tensões na peça. Nesse sentido França Guerra (2017) estudou uma técnica avançada de otimização topológica desenvolvendo um programa em elementos finitos que considera a diminuição progressiva da rigidez dos elemento discretizados. Assim, procura alcançar uma configuração ótima de malha gerando o esquema de escoras e tirantes mais eficiente para dimensionamento da peça analisada. O trabalho proporciona um melhor entendimento ao projetista sobre como posicionar os elementos de barras para se aplicar o método das bielas.

Com o avanço computacional da década de 90 começaram a aparecer muitos softwares que aplicam a metodologia das bielas e dos tirantes. Como exemplo, podem ser citados o CAST (*Computer Aided Strut and Tie*), que é um programa simples, desenvolvido na Universidade de Illinois (Estados Unidos). Este aplicativo solicita ao

usuário no início da análise, o posicionamento das escoras e dos tirantes dentro do elemento. Como já comentado, esta é uma das grandes incógnitas para que o modelo seja considerado válido, pois a configuração dos elementos depende da intuição e da experiência do engenheiro ou usuário do programa – veja-se, por exemplo, a Figura 59.

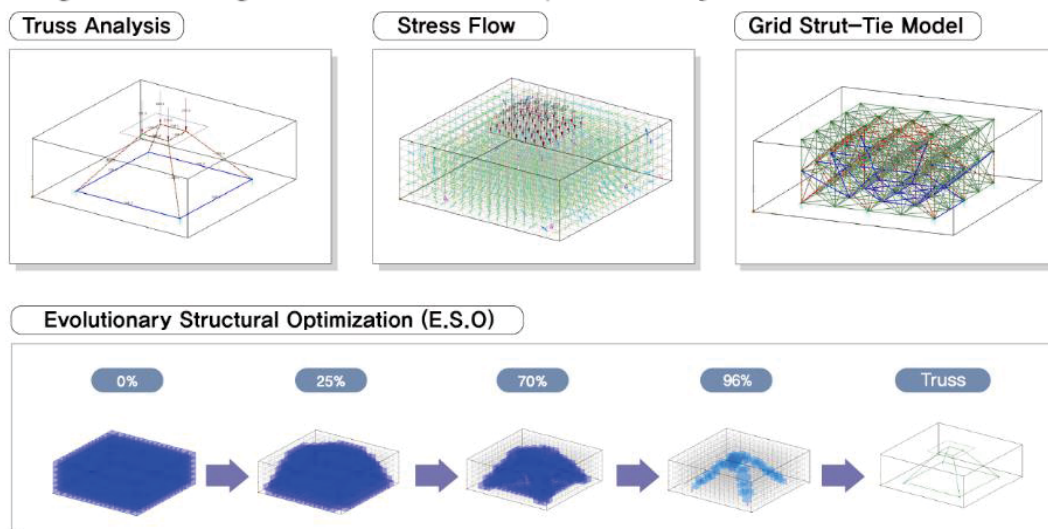
Figura 59 – Modelo de Escoras e tirantes desenvolvido no programa CAST



Fonte: (<https://www.eng-tips.com/viewthread.cfm?qid=427263>)

O programa CAST, depois de realizar a análise estrutural e encontrar as tensões nos elementos que compõe a treliça idealizada pelo usuário, faz a verificação das bielas comprimidas de acordo com as recomendações do ACI (American Concrete Institute) – usando critérios/limites que irão ser discutidos mais à frente no presente trabalho. Já os tirantes são dimensionados para a força resultante onde existem forças de tração.

Figura 60 – Programa AStrutTie usado para simulações de escoras e tirantes



Fonte: (AsStrutTie User Manual, 2017)

Outro software bastante interessante é o AStrutTie, desenvolvido em Seul (Coréia do Sul) por uma empresa denominada HanGil IT Company (HanGil IT, 2017). Este software, mais moderno que o anterior, possui alguns recursos mais avançados como a

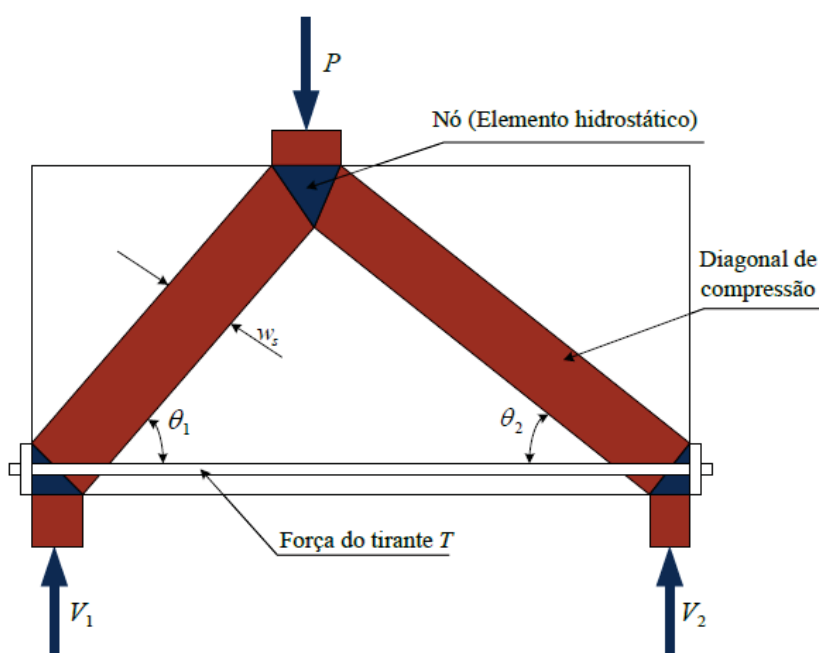
modelagem de elementos tridimensionais, módulo para realizar otimização topológica do tipo E.S.O. (*Evolutionary Structural Optimization*) – que consiste na retirada de elementos da malha (durante a análise), até chegar em uma distribuição ótima de elementos. Desse modo, não é necessária a escolha manual do posicionamento das escoras e tirantes já que o programa gera automaticamente uma malha e vai refinando iterativamente – além de também possuir suporte para muitas normas como ACI 318, AASHTO LFRD, CSA, DIN, EC2 (Figura 60).

3.2.4. Métodos para a obtenção da configuração da treliça equivalente

O Método das Bielas nada mais é que uma representação plana ou tridimensional do campo de tensões principais de um elemento estrutural por meio de barras lineares. Estas barras, se comprimidas, são designadas por bielas, e se tracionadas, por tirantes.

Como mencionado, o maior desafio para a implementação do método é a escolha da posição dos elementos (escoras e tirantes) pelo projetista. Para definir um modelo final de análise, é necessário definir o número de elementos, o ângulo de inclinação entre eles e as condições de contorno, isto é, onde será aplicado o carregamento e para onde deverá ser direcionada a carga, veja-se, por exemplo, a Figura 61. Estes são os parâmetros cruciais para um bom resultado no Método das Bielas.

Figura 61 – Modelo de escoras e tirantes para uma viga-parede



Fonte: (Pantoja, 2012)

Na definição do modelo, é preciso prever espaço satisfatório para as escoras e para os tirantes, fazendo com que o ângulo entre estes elementos não fiquem muito pequenos (SILVA E GIONGO, 2000). França Guerra (2017) lembra que alguns códigos normativos estabelecem limites para os valores destes ângulos.

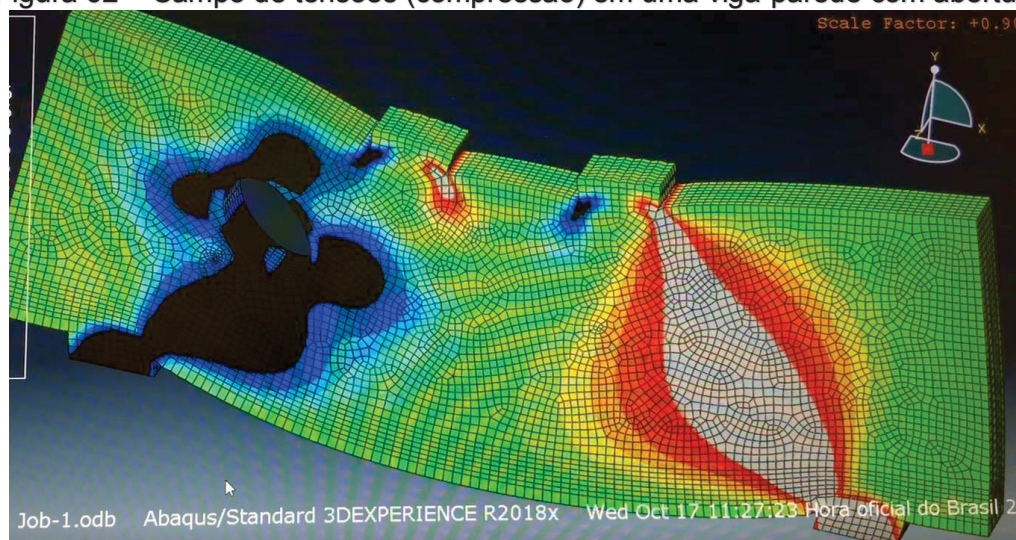
Existem diversas formas para determinar uma configuração ideal das bielas e dos tirantes em uma análise. A seguir, serão apresentados alguns métodos de previsão de esforços para estruturas em “Regiões D”.

3.2.4.1. Modelos a partir de análises elásticas

Schlaich et al. (1987) sugerem que a concepção inicial do modelo topológico de escoras e tirantes possa ser feita usando o fluxo de tensões encontrados em uma análise elástica do modelo – ou seja, a direção das bielas e dos tirantes são, normalmente, adotados de acordo com a direção média dos campos de tensões de compressão e tração, respectivamente, através de uma análise elástica baseada em um método numérico, como o Método dos Elementos Finitos.

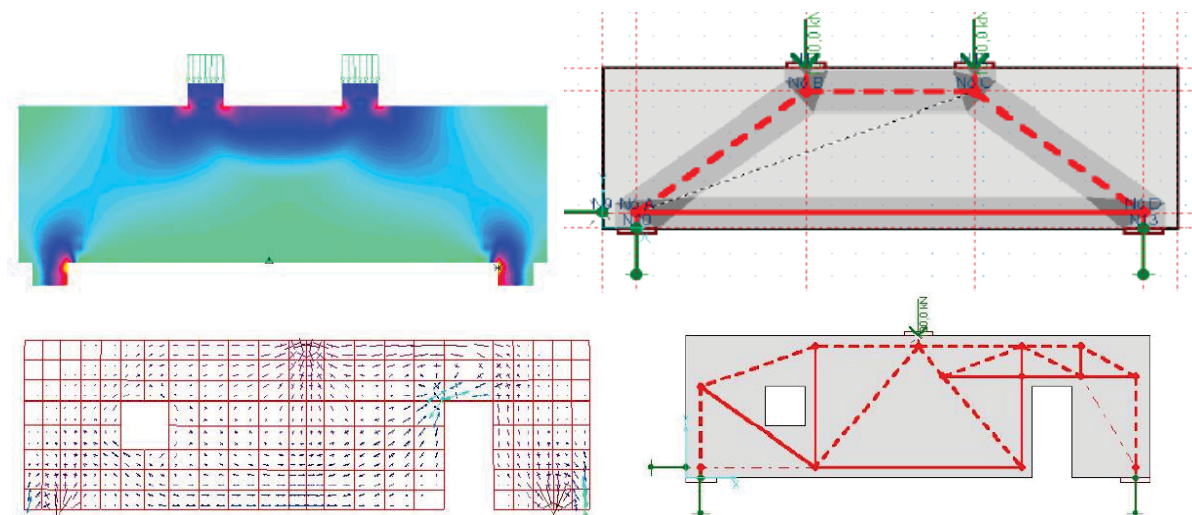
Na Figura 62 realizou-se uma análise elástica, através de um software em elementos finitos, para ilustrar como é possível prever o fluxo de tensões por meio desta técnica. Trata-se da mesma viga-parede comentada anteriormente. Pode-se notar a formação de bielas de compressão bem destacadas no local de aplicação de duas cargas concentradas (bordo superior da viga), até aos apoios (localizados na parte inferior do elemento). Nota-se também, o desvio das bielas de compressão em razão da abertura existente na parte esquerda da viga-parede. Na Figura 63 são apresentados os campos de tensões encontrados por Souza (2004), através de análises lineares, para duas vigas parede simuladas em elementos finitos e as respectivas configurações das escoras e tirantes propostas pelo autor.

Figura 62 – Campo de tensões (compressão) em uma viga-parede com abertura



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 63 – Fluxo de tensões principais para vigas paredes



Fonte: (Souza, 2004)

Depois de idealizada a treliça equivalente para estrutura em análise, pode-se determinar as forças das barras da treliça a partir do método de equilíbrio de nós, ou com programas simples de análises de barras de estruturas. Com posse dos esforços internos nas barras da treliça, verificam-se as bielas de compressão (principalmente nas regiões nodais) e dimensionam-se os tirantes para a força resultante de tração encontrada, sempre respeitando as condições de ancoragem (SOUZA, 2004).

Sabendo que esse método faz com que a estrutura seja projetada baseada no Teorema do Limite Inferior da Plasticidade, e sabendo que os materiais que combinam o concreto armado (concreto e o aço) têm deformações plásticas limitadas, o modelo de escoras e tirantes tem que ser idealizado de tal forma que a tensão efetiva e os deslocamentos não sejam excedidos em nenhum ponto do modelo. Esse tipo de dimensionamento é seguro, e parte do princípio de que a estrutura irá funcionar sempre com um excelente controle de fissuras (fase elástica). Assim, vários códigos dispensam a verificação em serviço para estes casos.

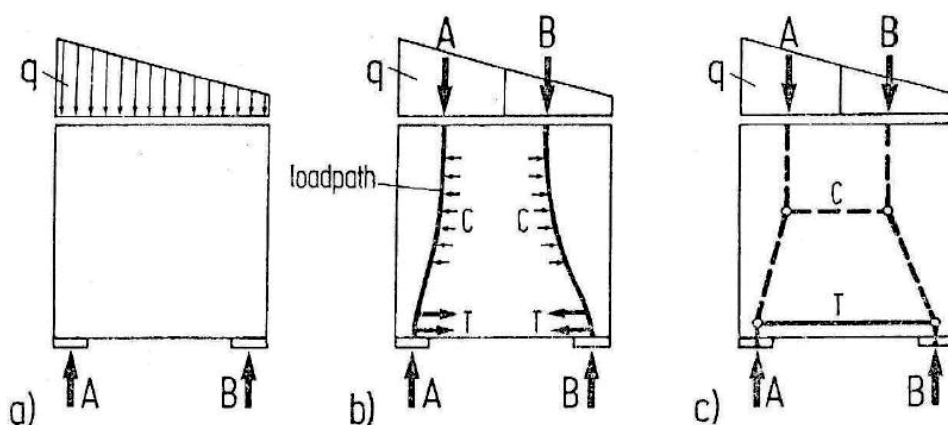
Acontece, que essa concepção não possibilita o conhecimento da capacidade última da estrutura (relacionada ao Teorema do Limite Superior da Plasticidade), fazendo com que a estrutura real tenha normalmente uma capacidade de carga maior do que a carga para a qual foi dimensionada. Se, pelo ponto de vista estrutural, isso é uma vantagem (a estrutura apresenta uma reserva de segurança maior do que o real), do ponto de vista econômico, esse procedimento é um problema já que, certamente, conduz a uma solução menos econômica.

3.2.4.2. Processo do caminho de cargas

Existe um modelo de concepção da topologia das escoras e tirantes designado na literatura por “*Load Path Approach*” (processo do caminho de cargas). O método preconiza que a seleção do melhor modelo deve considerar que os esforços tendem a seguir sempre os caminhos mais curtos até as restrições de apoio, porém, essa regra ainda não soluciona a dependência da configuração com a experiência do projetista para obtenção de um modelo realista. Souza (2004) explica, que como as armaduras dos tirantes são mais deformáveis, o melhor modelo é aquele que possuir o menor número de tirantes e com os menores comprimentos possíveis.

Na Figura 64, Campos Filho (1996) explica como aplicar o procedimento do caminho de forças (Load Path) em uma viga-parede carregada com uma carga variável linearmente. O Autor ainda chama a atenção que, para o modelo ser considerado aceitável, é preciso que ele atenda às condições de equilíbrio, seja orientado conforme a teoria da elasticidade e resulte em uma posição possível para o posicionamento da armadura.

Figura 64 – Aplicação do procedimento de caminho de cargas

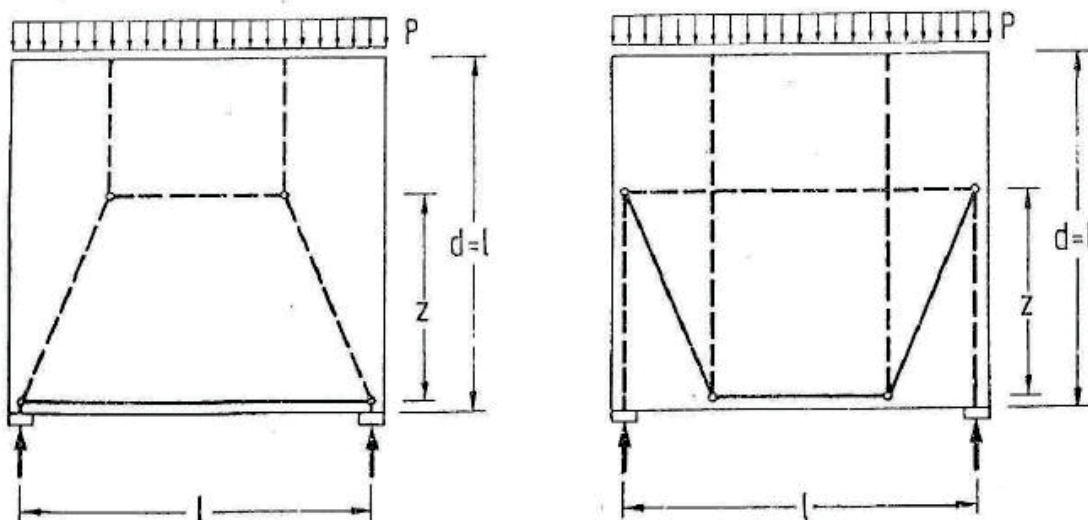


Fonte: (Campos Filho, 1996)

Campos Filho (1996) ainda apresenta um modelo – Figura 65 – considerado bom, e outro modelo ruim, para a concepção da configuração dos elementos em uma viga-parede com carga distribuída linear constante. Nota-se na imagem, que no segundo modelo, a regra apresentada por Souza (2004) não foi obedecida, uma vez que o melhor modelo será sempre o que tiver o menor número de tirantes incorporados, no caso, o primeiro modelo, criando assim, um caminho de tensões mais simples. Cabe ressaltar que o concreto armado possui uma extraordinária capacidade de acomodação plástica

e que o caminho de tensões está intrinsicamente relacionado ao posicionamento das armaduras adotadas.

Figura 65 – Solução boa de análise x solução ruim



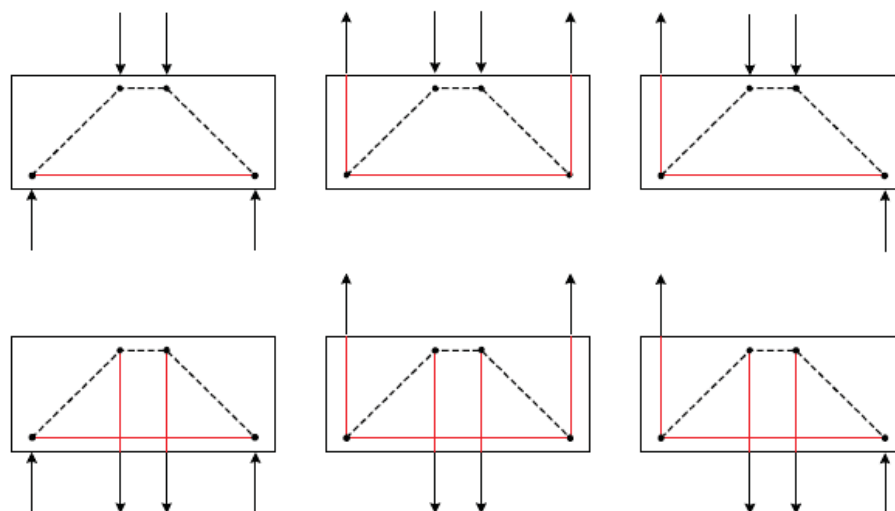
Fonte: (Campos Filho, 1996)

Pantoja (2012) lembra também que atualmente a escolha dos modelos de escoras e tirantes podem ser feitas por processos automáticos (programação numérica) de geração por meio da otimização topológica e do método dos elementos finitos.

3.2.4.3. Modelos normativos

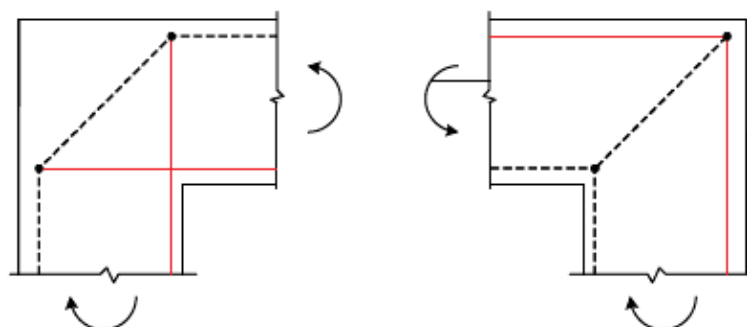
Várias normas técnicas propõem configurações para a disposição das escoras e tirantes para diversos tipos de elementos usuais como blocos, consolos curtos, vigas paredes, furação em vigas e outros elementos em “Regiões D”. Portanto, conforme explica Pantoja (2012), estes modelos são associados a parâmetros geométricos constantes da estrutura, gerando certa limitação para fins práticos. Pantoja (2012) apresenta alguns modelos genéricos padronizados retirados de normas técnicas como a CEB-FIP Model Code (2010), ACI-318-05 (2005) e de trabalhos como o de Silva e Giongo (2000) conforme ilustrado nas figuras 66 e 67.

Figura 66 – Modelos normativos retirados do CEB-FIP para vigas parede



Fonte: (Pantoja, 2012)

Figura 67 – Modelos normativos retirados do CEB-FIP para nós de pórtico



Fonte: (Pantoja, 2012)

Existe uma gama muito grande de modelos pré-elaborados por diversos autores e normas, porém, ocasionalmente, encontram-se algumas diferenças notáveis entre as recomendações de configuração entre os modelos propostos, mesmo para um mesmo tipo de elemento estrutural. Isso ocorre muito em blocos sobre estacas, aonde não existe um consenso de como ocorre perfeitamente a distribuição de tensões no interior do elemento. Isso só reforça o que já foi mencionado, de que o método das bielas depende muito da experiência e do entendimento do projetista acerca do elemento estudado.

3.2.4.4. Procedimentos automáticos de geração

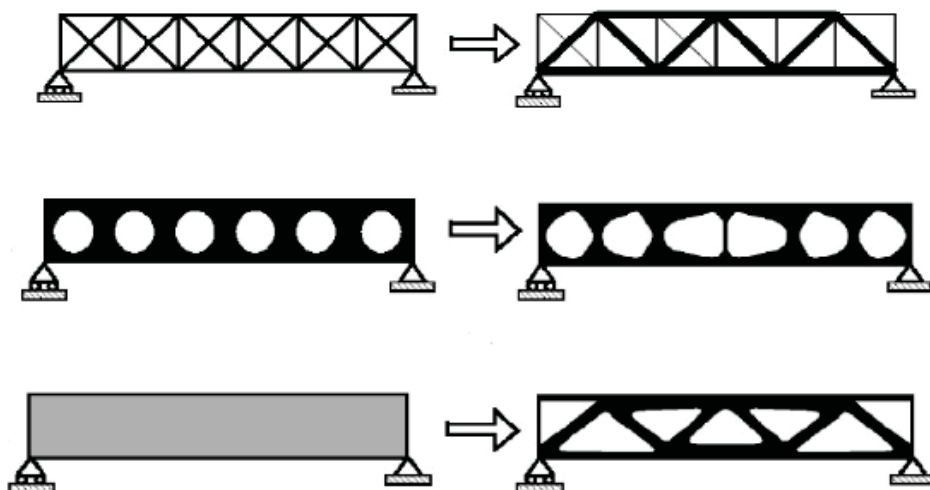
Existem muitos trabalhos sendo desenvolvidos que tentam otimizar e automatizar o processo de concepção do modelo de escoras e tirantes em estruturas de concreto armado. Esta é uma tarefa complexa, mas existem muitas técnicas já desenvolvidas que

possibilitam a geração de uma configuração de escoras e tirantes. Como exemplo, podem ser citadas as técnicas de otimização topológica tipo E.S.O (*Evolutionary Structural Optimization*), técnicas que utilizam algoritmos genéticos para a definição dos elementos e outras técnicas de programações lineares.

Souza (2004) apresenta em seu trabalho o funcionamento de diversas destas técnicas de geração automática do modelo de escoras e tirantes. O autor explica que o modelo envolvendo programação linear busca, a partir do lançamento de diversos possíveis elementos reticulados em posições possíveis para a colocação da armadura (tração), a melhor solução ou combinação de soluções para o problema. Para o desenvolvimento do modelo, leva-se em conta diversos parâmetros configuráveis como o número máximo de camadas de armaduras, condições para equilíbrio dos nós, ângulos máximos entre os elementos e esforços máximos e mínimos das escoras (compressão).

França Guerra (2017) apresenta em seu trabalho uma simulação utilizando um processo de otimização topológica do tipo S.E.S.O (*Smooth Evolutionary Structural Optimization*). O trabalho visa, a partir de uma análise em elementos finitos e uma técnica de otimização, chegar em uma topologia ótima do contínuo. O método consiste em retirar a rigidez dos elementos finitos que pouco contribuem para a estabilidade da peça iterativamente até encontrar uma configuração ótima e estável. Este tipo de análise é muito utilizada em outras áreas da engenharia para refinar projetos e economizar materiais de peças que são produzidas em larga escala, tornando assim, as estruturas mais leves, econômicas e garantindo a segurança e o desempenho. Bendsoe e Sigmund (2003) apresentam alguns tipos de otimização topológica como ilustrado na Figura 68.

Figura 68 – Diferentes tipos de otimização topológica estrutural



Fonte: (Bendsoe et al. 2003)

Liang (2015) explica que a otimização estrutural visa, além de redução de custos, a geração de produtos que reduzam impactos ambientais gerados pela utilização de recursos naturais e a obtenção de estruturas leves e competitivas que satisfaçam os critérios de segurança e desempenho das normas técnicas, isto é, a busca por uma estrutura mais eficiente.

A técnica de utilização com base em algoritmos genéticos é um outro tipo de otimização estrutural que utiliza algoritmos evolutivos inspirados na biologia evolutiva, utilizando conceitos como hereditariedade, mutação, seleção natural e crossover. Esse tipo de método de otimização utiliza de transições probabilísticas e não regras determinísticas para chegar a uma solução ótima.

3.2.4.5. Análises não-lineares

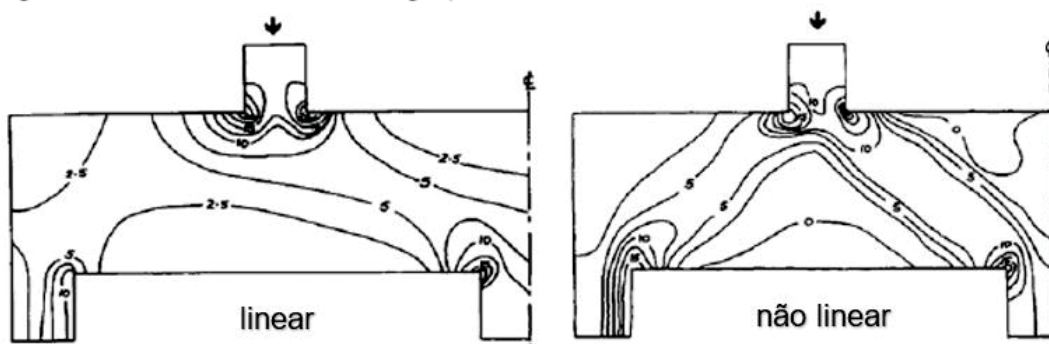
Uma análise não-linear é aquela em que a solução deve ser obtida iterativamente pois as características do meio, por exemplo, a matriz de rigidez, variam com a deformação da peça. É o que acontece, por exemplo, quando se considera a fissuração do concreto, a evolução das trincas, o escoamento do aço e a consequente perda de rigidez dos materiais danificados. Geralmente, para peças fissuradas de concreto armado, os modelos não-lineares empregam conceitos da Mecânica do Dano ou da Mecânica da Fratura.

Segundo Souza (2004), os modelos não-lineares desenvolvidos através de ferramentas computacionais são bastante realistas. Porém as análises são de difícil implementação, tanto por requerer um alto esforço computacional como também devido a necessidade de alguma experiência do profissional para garantir que o modelo tenha um bom resultado. Com a evolução dos recursos computacionais, estas análises estão se tornando cada vez mais frequentes, apesar de, no mundo prático dos projetos, não ser uma abordagem corriqueira, principalmente devido ao seu elevado custo computacional e tempo de processamento.

Após inúmeros estudos experimentais e investigações numéricas, chegou-se à conclusão que após ocorrer a plastificação, as escoras comprimidas são, em geral, mais estreitas do que aquelas obtidas utilizando análises elásticas lineares (FOSTER, 1998).

Foster (1998) apresenta um exemplo da diferença do fluxo de tensões obtidas em uma viga-parede contínua simulada numericamente de forma linear e não-linear (Figura 69).

Figura 69 – Tensões em uma viga-parede simulada linearmente e não-linearmente



Fonte: (Foster, 1998)

Souza (2004) explica que elementos detalhados com o auxílio de análises lineares desenvolvidos através de softwares de elementos finitos, resultam em uma quantidade maior de armadura, ficando o dimensionamento final, com uma quantidade de aço muito maior que a quantidade realmente necessária, e que é empregada historicamente na prática.

Modelos não-lineares possibilitam a redistribuição de esforços pontuais na estrutura, também conhecida usualmente no meio técnico por “defesa natural do material” – quando o material excede a capacidade máxima e os esforços buscam um novo caminho para percorrer, sendo possível simular o comportamento real do elemento até sua ruptura. Com esse procedimento é possível descobrir a capacidade de carga última da estrutura e também, em quais pontos irão acontecer as falhas que levam a estrutura ao colapso.

Na prática (a nível de projetos de engenharia), as análises não-lineares são muito usadas, de forma aproximada, para verificações em estado limite de serviço. Isto é, utiliza-se análises lineares para obtenção dos esforços, e a partir desses, dimensiona-se o elemento. Após o elemento estar dimensionado e detalhado, é feita uma análise não-linear para verificar seu comportamento em situações de uso, buscando nesse procedimento valores para mensurar deslocamentos, deformações, vibração (verificação dinâmica) e tamanho aproximado da abertura de fissuras.

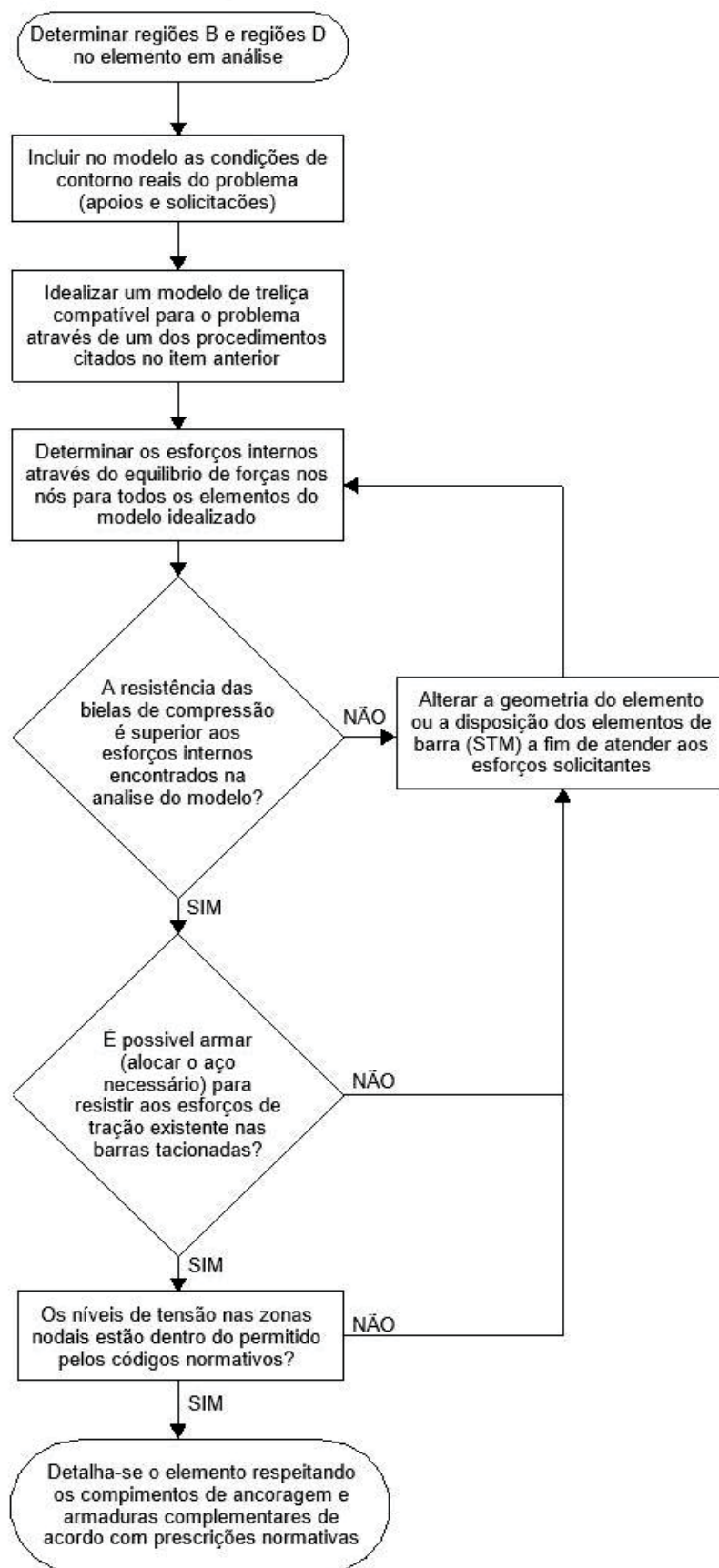
3.2.5. Resumo da construção para o modelo

Neste item será apresentado um resumo para se executar um projeto utilizando uma análise baseada no Método das Bielas. O fluxograma apresentado a seguir foi baseado e adaptado do fluxograma apresentado no trabalho de Pantoja (2012) como mostra a figura 70.

Ressalte-se que existe uma série de fatores que podem influenciar na resistência última das bielas e dos tirantes, tais como: fissuração, perturbações devido a presença de armaduras, estados de confinamento multiaxiais, escorregamento das armaduras, entre outros. Assim, os códigos limitam as resistências das bielas e de regiões nodais a fim de compensar a não consideração destes vários fatores em modelos simplificados, e também, para se obter um comportamento mais dúctil para o estado limite último.

Recomenda-se também, dimensionar os elementos para que, caso o estado limite último seja atingido quando o elemento falhe por deformação excessiva da armadura, evitando assim, uma ruptura brusca (instantânea) do elemento – quando ele rompe por esmagamento do concreto. Portanto, para uma ruptura dúctil os tirantes sempre devem escoar antes das escoras ou das regiões nodais entrarem em ruptura (SOUZA, 2004).

Figura 70 – Fluxograma método das Escoras e tirantes



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.2.6. Parâmetros de dimensionamento do Método das Bielas

Conforme foi explicado nos itens anteriores, o concreto sofre várias perturbações que não são fielmente consideradas em modelos simples de treliça durante a análise de um modelo de escoras e tirantes. Visto isso, é preciso estabelecer um nível específico de tensões limites para bielas e regiões nodais, dependendo dos fatores que possam ocorrer na região estudada.

A tensão efetiva em regiões nodais é um tema muito estudado e discutido no meio científico. Não existe um consenso na comunidade científica sobre qual o nível da tensão resistente última do material que pode ser usada para garantir a segurança destas regiões, por isso, ainda existe muita divergência entre os parâmetros adotados quando se comparam diversas normas internacionais como CEB-FIP Model (1993), Eurocode 2 (2004), ACI318 (2005) e a própria NBR 6118-2014.

Segundo Pantoja (2012) as orientações normativas são baseadas, em sua maioria, em metodologias semi-probabilísticas de projeto. Isto quer dizer, que a verificação da segurança é baseada em dois preceitos principais: o primeiro, em verificações de modelos teóricos de elementos estruturais baseados em pesquisas recentes, e o outro, através da aplicação de fatores de ponderação (segurança) que consideram as várias incertezas e mecanismos que não são fielmente considerados no método das bielas e dos tirantes. Em outras palavras, é feito uma calibração do dimensionamento através de informações empíricas e fatores de segurança.

Geralmente a tensão efetiva, tanto nas escoras quanto em regiões nodais é determinada como uma parcela da resistência à compressão obtidas em ensaios uniaxiais de compressão.

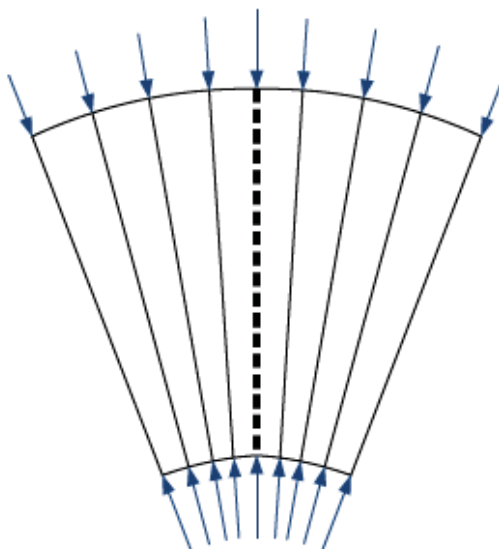
A seguir, serão apresentados parâmetros normativos de dimensionamento (verificação) da NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2004) e ACI 318 (2005), e conceitos básicos para compressão das verificações, como tipologias de bielas e de regiões nodais, além da formulação para dimensionamento dos tirantes e ancoragem de armaduras e exemplos práticos de dimensionamento.

3.2.6.1. Tipologia das Escoras

As escoras de concreto são descritas de acordo com o formato do campo de tensões no interior da estrutura. Encontram-se na literatura atual, três configurações idealizadas suficientes para descrever todos os tipos de comportamento das escoras. Estas configurações são importantes quando é feita a verificação/dimensionamento das bielas de compressão.

O primeiro tipo de escora possui uma distribuição de tensões radial ou em formato de leque (*fan*) – Figura 71. Este tipo de distribuição de tensões é encontrado, geralmente, em regiões descontínuas próximas a regiões onde se aplicam cargas pontuais, tendo como característica uma propagação suave de esforços e a não ocorrência de tensões transversais (SCHLAICH et al., 1987).

Figura 71 – Escora do tipo radial ou em leque (*fan*)

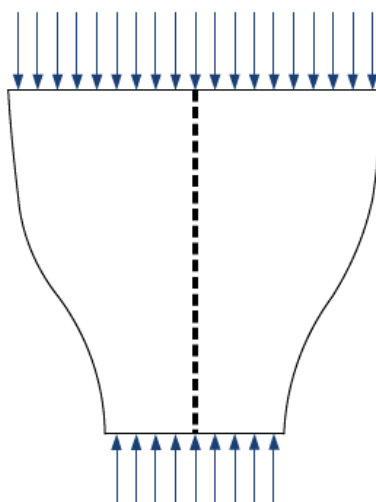


Fonte: (Pantoja, 2012)

O segundo tipo de escora ocorre quando o campo de tensões forma um engarrafamento para um ponto da estrutura – Figura 72 – configuração conhecida como biela em forma de “garrafa”. Este tipo de escora é geralmente encontrado próximo a apoios e em blocos de fundação, onde a carga afunila até o apoio e, por isso, ocorrem tensões transversais de tração consideráveis, quando os esforços se propagam por meio destas curvas acentuadas (GUERRA, 2017). As tensões de tração transversais geram fissuras que são muito prejudiciais ao elemento, logo, existem prescrições normativas que limitam a resistência última à compressão nestes pontos. Como tal região trabalha

em estado triaxial de tensões, deve-se tomar bastante cuidado no seu dimensionamento, pois em alguns casos, a estrutura chega a romper com tensões muito inferiores à resistência uniaxial do material.

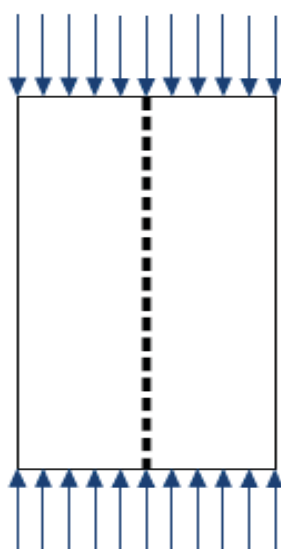
Figura 72 – Escora do tipo “garrafa” (bottle)



Fonte: (Pantoja, 2012)

O terceiro tipo de escora, conhecida na literatura por escora prismática, ocorre quando não existe curvatura no campo de tensões, ou seja, as tensões se propagam de forma uniforme, paralela e sem nenhuma perturbação. Esse tipo de escora não apresenta nenhum tipo de tensão transversal – Figura 73.

Figura 73 – Escora do tipo prismática

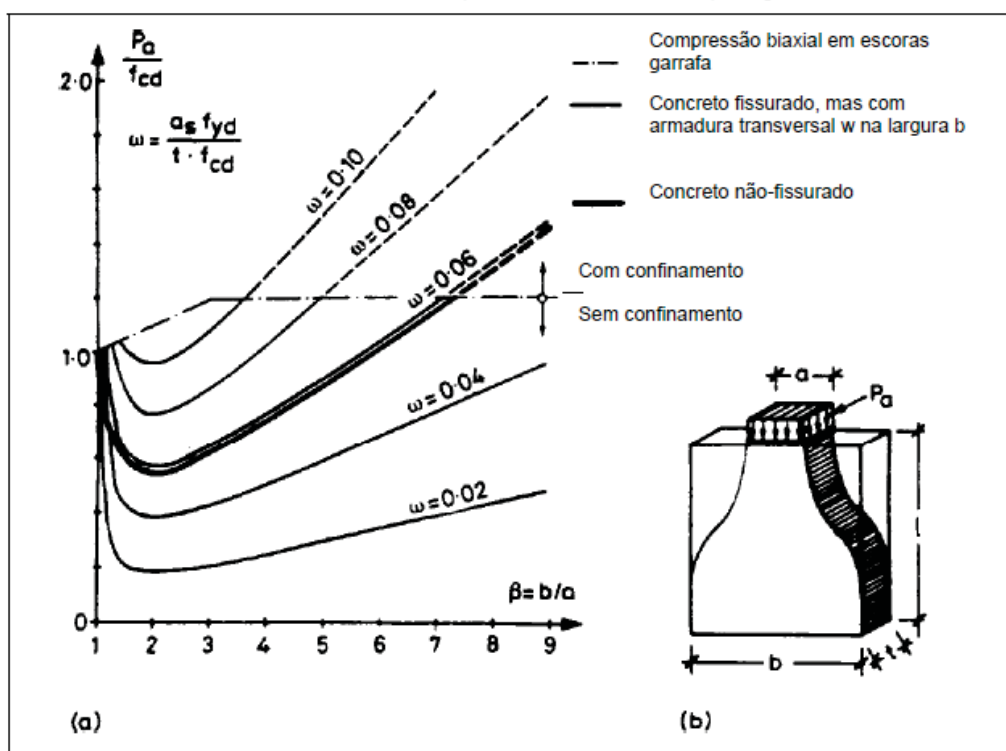


Fonte: (Pantoja, 2012)

Souza (2004) explica que os campos de tensões em forma de “leque” e de “garrafa” são frequentemente encontrados em “Regiões D”, enquanto o campo de tensões em formato uniforme, geralmente é típico de “Regiões B”.

Schlaich et al. (1987) apresentam um diagrama, figura 74, para auxiliar no dimensionamento das armaduras transversais das escoras do tipo “garrafa” em função da geometria do elemento estrutural e da consideração da tensão de confinamento. Os autores ainda lembram que a resistência última das escoras depende fundamentalmente do estado multiaxial de tensões.

Figura 74 – Dimensionamento das armaduras transversais para bielas do tipo “garrafa”: a) diagrama das taxas de armaduras necessárias em função da geometria do elemento, b) Geometria de um campo de tensões do tipo “garrafa”



Fonte: (Souza, 2004 - adaptado de Schlaich et al. (1987))

3.2.6.2. Limites normativos para escoras de concreto

Como explanado antes, não existe um consenso absoluto sobre a resistência das escoras de compressão entre autores e códigos normativos internacionais. Embora ainda exista muita divergência em relação aos parâmetros de cálculo que devem ser considerados para se determinar a resistência efetiva das bielas, não é o objetivo deste trabalho contribuir para este tema.

Souza (2004), Pantoja (2012) e França Guerra (2017) apresentam valores propostos por vários códigos normativos e autores acerca dos parâmetros a serem utilizados. Neste trabalho será feita uma breve apresentação sobre as recomendações da NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2004), CEB FIB Model Code (2010), ACI-318 (2005) e, por fim, as recomendações de Schafer e Schlaich (1991), autores pioneiros no estudo deste tipo de estrutura.

- NBR 6118 (2014)

A norma Brasileira para projeto de estruturas de concreto com revisão em 2014, determina que os valores limites de compressão para as escoras (F_{cd}) depende da quantidade de tirantes (tracionados) que atravessam o elemento:

Para bielas prismáticas:

$$F_{cd1} = 0,85 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (26)$$

Para bielas atravessadas por um tirante único:

$$F_{cd2} = 0,72 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (27)$$

Para bielas atravessadas por dois ou mais tirantes:

$$F_{cd3} = 0,60 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (28)$$

Onde:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250}, \text{ com } f_{ck} \text{ expresso em megapascal (MPa);}$$

$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$, resistência a compressão de cálculo do concreto, sendo γ_c o coeficiente de ponderação da resistência.

- Eurocode 2 (2004)

A resistência efetiva das bielas (F_b) para regiões com ou sem tensões de tração transversais é dada por:

$$F_b = \sigma_{Rd,m\acute{a}x} = f_{cd} \quad (29)$$

Onde:

$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$, resistência à compressão de cálculo do concreto, sendo γ_c o coeficiente de ponderação da resistência.

Como se pode observar, para situações aonde não existam tensões transversais de tração (bielas prismáticas ou em leque) o Eurocode 2 é ligeiramente mais permissível

que a NBR 6118, já que possibilita a utilização integral da resistência de cálculo para a verificação das bielas.

Na presença de tensões de tração na biela (zonas de compressão fissuradas) a resistência deve ser reduzida de acordo com a equação abaixo:

$$F_b = \sigma_{Rd,máx} = 0,6 * \nu * f_{cd} \quad (30)$$

Onde:

$$\nu = 1 - \frac{f_{ck}}{250}, \text{ com } f_{ck} \text{ expresso em megapascal (MPa);}$$

Nota-se que o Eurocode não faz distinção para o número de tirantes que atravessam a biela. Quando a biela possui esforços de tração em qualquer direção, a fórmula deste código normativo é idêntica à fórmula da NBR 6118 (2014) para bielas atravessadas por dois tirantes ou mais.

- CEB FIB Model Code (2010)

O CEB FIB Model Code (2010) utiliza um fator de redução (k_c) para determinar a resistência última do concreto como está apresentado a seguir:

$$F_b = k_c * \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = k_c * f_{cd} \quad (31)$$

O fator de redução k_c é obtido considerando as seguintes possíveis situações de estado de tensões para as bielas:

Para estados uniaxiais de compressão, sem perturbações transversais e/ou para regiões onde exista compressões transversais (estado triaxial de compressão) o fator k_c é dado por:

$$k_c = 1 * \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 1 \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (32)$$

Para bielas e faces comprimidas com fissuras paralelas a essas tensões de compressão e armaduras tracionadas perpendiculares a essa direção, o fator k_c é dado por:

$$k_c = 0,75 * \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 0,8 \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (33)$$

Para faces comprimidas com fissuras paralelas a essas tensões de compressão e armaduras tracionadas posicionadas obliquamente a esta direção, o fator k_c é dado por:

$$k_c = 0,55 * \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{1/3} \leq 0,55 \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (34)$$

- ACI-318 (2005)

O ACI-318 (2005) estabelece que a resistência última das bielas é obtida através da formulação:

$$F_b = F_{ns} = f_{ce} * A_{cs} \quad (35)$$

Onde:

A_{cs} = Área da seção transversal da extremidade da biela.

$f_{ce} = 0,85 * \beta_s * f_{cd}$, efetiva resistência à compressão do concreto em uma biela.

$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$, resistência à compressão de cálculo do concreto, sendo γ_c o coeficiente de ponderação da resistência.

$\beta_s = 1,0$, para bielas uniformes e com seção constante.

$\beta_s = 0,75$, para bielas do tipo garrafa e armadura atendendo ao item 3.3 do apêndice A – ACI-318 (2005).

$\beta_s = 0,6 * \lambda$, para bielas do tipo garrafa e armadura não conforme ao item 3.3 do apêndice A – ACI-318 (2005) – sendo λ variável de 0,75 até 1,00 de acordo com o tipo de concreto usado no elemento em análise.

- Schafer e Schlaich (1987)

Estes autores foram os primeiros que idealizaram o Método das Bielas e passaram a aplicá-lo em regiões de descontinuidade. Os parâmetros para dimensionamento do elemento estrutural foram propostos para três tipos de configurações de bielas:

Para estado uniaxial de tensão, sem perturbações transversais a resistência última é dada por:

$$F_b = 1 * f_{cd} \quad (36)$$

Para campos de tensões de compressão com fissuras paralelas as tensões de compressão, a resistência última é dada por:

$$F_b = 0,8 * f_{cd} \quad (37)$$

Para campos de tensões de compressão com fissuras inclinadas a tensão principal de compressão, a resistência última é dada por:

$$F_b = 0,6 * f_{cd} \quad (38)$$

Onde:

$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$, resistência à compressão de cálculo do concreto, sendo γ_c o coeficiente de ponderação da resistência.

É curioso observar que tanto para as regras de dimensionamento quanto para os parâmetros envolvidos há divergências significativas entre eles, fato este que reafirma a inexistência de um roteiro de dimensionamento único e ideal para verificação destes tipos de elementos. Alguns roteiros possuem uma variação da resistência última na ordem de 20% para mais ou para menos que outros.

3.2.6.3. Tipos de regiões nodais e limites normativos

Os nós podem ser definidos como um volume de concreto que envolve as intersecções das bielas comprimidas, em combinação com forças de ancoragem e com a presença de forças de tração atuantes ou forças devido a restrições de apoio (PANTOJA, 2012).

Schlaich *et al.* (1987) descrevem os nós como uma maneira idealizada e simplificada de representar as intersecções entre as bielas comprimidas e os tirantes tracionados – regiões onde ocorrem mudanças bruscas na direção dos esforços.

Na literatura atual são encontradas duas classificações distintas para nós, sendo eles: singulares ou contínuos (distribuídos).

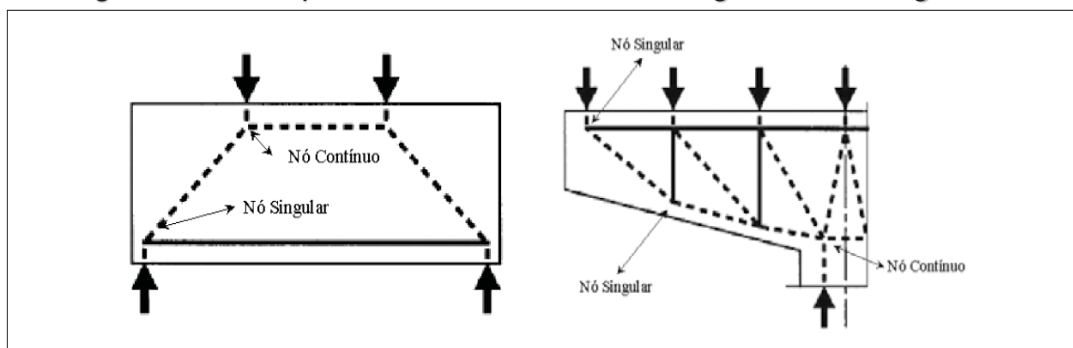
Nós singulares – São aqueles onde encontram-se aplicadas cargas concentradas ou em restrições de apoio. São nós críticos e devem ser verificados de maneira a equilibrar as tensões das escoras e dos tirantes que passam por ele. O desvio de forças é feito localizadamente e a transferência (mudança de direção) de esforços é feita “bruscamente” e em uma região muito pequena.

Nós contínuos – São aqueles em que o desvio de forças é feito em comprimentos compatíveis e, por isso não são tão críticos, desde que seja verificada a correta ancoragem das armaduras dos tirantes que o equilibram. Isso se dá pelo fato de a transferência de esforços nos nós contínuos acontecer em uma região relativamente grande e de forma gradual.

Souza (2004) apresenta exemplos de nós contínuos e nós singulares, conforme ilustrado na Figura 75. Para nós singulares fica clara a necessidade de verificação, que deve levar em conta a geometria do nó, o estado de tensões triaxial instalado no

elemento, a resistência do concreto e a presença de armaduras, assim como suas ancoragens.

Figura 75 – Exemplos de nós contínuos e nós singulares em “Regiões D”



Fonte: (Souza, 2004)

Um dos fatores mais importantes ao se avaliar um nó é o ângulo formado entre as bielas e os tirantes concorrentes a ele. Quanto menor for este ângulo, menor a resistência à compressão da biela (PANTOJA, 2012). Na Tabela 1 são apresentados os ângulos limites (mínimos e máximos) entre escoras e tirantes em um nó, segundo diversos códigos normativos.

Tabela 1 – Valores limites para o ângulo entre escoras e tirantes em um nó

<i>Norma ou Pesquisador</i>	<i>Ângulo de Variação θ</i>
CSA (1984) apud Campos (1995)	$15^\circ \leq \theta \leq 75^\circ$
Schäfer; Schlaich (1988, 1991)	$45^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$
EUROCODE 2 (1989)	$31^\circ \leq \theta \leq 59^\circ$
CEB-FIP Model Code 1990 (1993)	$18,4^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$
Fusco (1994)	$26^\circ \leq \theta \leq 63^\circ$
Projeto de Revisão do EUROCODE 2 (1999)	$21^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$
Código Suíço (Swiss Code) apud Fu (2001)	$26^\circ \leq \theta \leq 64^\circ$
ACI-318 (2002)	$25^\circ \leq \theta \leq 65^\circ$
NBR 6118 (2003)	$30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$

Fonte: (Souza, 2004)

Da mesma forma que para as bielas, os nós também devem ter suas tensões verificadas e existe novamente, uma gama muito grande de parâmetros e métodos propostos por diferentes códigos e autores para se realizar essa verificação.

Para facilitar o entendimento do dimensionamento, é conveniente a classificação proposta pelo ACI-318 (2005) – usada também por outros códigos e autores – onde os nós são divididos em quatro tipos distintos, sendo eles: CCC, CCT, CTT, TTT.

Nós do tipo CCC – são aqueles que possuem apenas tensões de compressão concorrentes a ele, considerado um nó de bom desempenho, pois encontra-se em estado triaxial de compressão. Este tipo de nó tem a característica de trabalhar sempre com pouca ou nenhuma fissura e seu rompimento irá sempre acontecer por esmagamento do concreto.

Nós do tipo CCT – são os que possuem tensões de tração em uma direção e, geralmente, possuem um único tirante passando por eles. As demais direções possuem tensões de compressão e, por isso, são nós que possuem fissuras normalmente perpendiculares ao tirante tracionado.

Nós do tipo CTT – são aqueles que possuem apenas uma biela comprimida concorrente, já nas outras direções existem dois ou mais tirantes. São nós mais frágeis que os dois citados anteriormente.

Nós do tipo TTT – possuem tirantes tracionados em todas as suas direções, caracterizando um estado triplo de tensões de tração. Nesse tipo de nó, o concreto encontra-se muito danificado, pois pouco resiste a esforços de tração.

Considere-se agora as regras de dimensionamento e parâmetros propostos pelos mesmos códigos e autores comentados no item anterior (verificação das bielas), quais sejam: NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2004), CEB FIB Model Code (2010), ACI-318 (2005) e por fim, as recomendações de Schafer e Schlaich (1991).

- NBR 6118 (2014)

A resistência dos nós segundo a NBR 6118 com revisão em 2014, apresenta os seguintes parâmetros para verificação:

Para nós CCC:

$$F_{cd1} = 0,85 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (39)$$

Para nós CCT:

$$F_{cd2} = 0,72 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (40)$$

Para nós CTT e nós TTT:

$$F_{cd3} = 0,60 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (41)$$

Onde:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250}, \text{ com } f_{ck} \text{ expresso em megapascal (MPa);}$$

$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$, resistência à compressão de cálculo do concreto, sendo γ_c o coeficiente de ponderação da resistência.

- Eurocode 2 (2004)

O Eurocode 2 (2004) apresenta as seguintes recomendações para a verificação dos nós da estrutura:

Para nós CCC:

$$F_{zd} = \sigma_{Rd,máx} = 1,0 * \nu * f_{cd} \quad (42)$$

Para nós CCT:

$$F_{zd} = \sigma_{Rd,máx} = 0,85 * \nu * f_{cd} \quad (43)$$

Para nós CTT e nós TTT:

$$F_{zd} = \sigma_{Rd,máx} = 0,75 * \nu * f_{cd} \quad (44)$$

Onde:

$\sigma_{Rd,máx}$ é a tensão limite no nó;

$\nu = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$, com f_{ck} expresso em megapascal (MPa);

$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$, resistência à compressão de cálculo do concreto, sendo γ_c o coeficiente de ponderação da resistência.

- CEB FIB Model Code (2010)

De acordo com o CEB-FIB Model Code (2010) a verificação dos nós deve seguir as seguintes regras de dimensionamento:

$$F_{zd} = k_c * \frac{f_{cd}}{\gamma_c} \quad (45)$$

Onde:

f_{cd} – Resistência de compressão de cálculo do concreto.

γ_c – Coeficiente de segurança parcial para as propriedades do concreto (igual a 1,5 ou 1,2 conforme capítulo 4 da norma).

k_c – Fator de redução observando as seguintes formulações:

Para nós CCC:

$$k_c = 1 * \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3} \leq 1 \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (46)$$

Para nós CCT, CTT e nós TTT:

$$k_c = 0,75 * \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{1/3} \leq 1 \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (47)$$

- ACI-318 (2005)

De acordo com o ACI-318 (2005), a verificação dos nós deve seguir as seguintes regras de dimensionamento:

$$F_{zd} = \phi * F_{ns} = f_{ce} * A_{nz} \quad (48)$$

Onde:

ϕ – Igual a 0,85 para “regiões D” e 1,00 para zonas nodais circundadas por bielas ou placas de apoio;

A_{nz} – Menor área entre a face da zona nodal tomada perpendicular à linha de ação da força F_u ou a área da seção da zona nodal perpendicular à linha de ação da força resultante;

F_u – Força atuando na biela ou tirante em uma dada área ou zona nodal em uma configuração de escoras e tirantes;

f_{ce} – Resistência efetiva (tensão) à compressão do concreto na zona nodal conforme:

$$f_{ce} = 0,85 * \beta_n * f_c \quad (49)$$

$\beta_n = 1$ – Nós CCC;

$\beta_n = 0,8$ – Nós CCT;

$\beta_n = 0,6$ – Nós CTT e TTT.

- Schaefer e Schlaich (1987)

Os autores Schaefer e Schlaich recomendavam para verificação de nós submetidos a estados de tensão de compressão biaxial:

$$f_e = 1,0 * f_{cd} \quad (50)$$

Já para nós onde uma parcela da resistência é usada para ancorar tirantes tracionados a recomendação é:

$$f_e = 0,8 * f_{cd} \quad (51)$$

No caso de um estado triplo de tensões de compressão, a resistência última do elemento pode ser ampliada em 10% pela consideração do aumento da resistência devido a pressão hidrostática conforme:

$$f_e = 1,1 * f_{cd} \quad (52)$$

Os autores apresentam em seus trabalhos o estudo minucioso de várias tipologias de nós singulares e fornecem várias informações adicionais sobre a verificação destes que não serão apresentados no presente trabalho.

3.2.6.4. Dimensionamento dos tirantes

As forças de tração que surgem na resolução de um esquema de treliça idealizado para “regiões D” de concreto armado são geralmente absorvidas pelo emprego de reforços em aço (barras), já que o concreto tem uma baixa resistência à esforços de tração.

No dimensionamento destes tirantes de aço, geralmente, despreza-se completamente a parcela da resistência à tração do concreto. O dimensionamento busca encontrar a área de aço que deve ser empregada para que o tirante não rompa. Sendo assim, este cálculo leva em consideração a resistência ao escoamento do aço e os esforços para o estado limite último. A seguinte fórmula resume o dimensionamento da área necessária de aço:

$$A_s = \frac{\gamma_f * R_{st}}{f_{yd}} \quad (53)$$

Onde:

A_s – É a área de aço a empregar;

γ_f – Coeficiente de ponderação de cargas;

R_{st} – Força no tirante;

f_{yd} – Resistencia do aço ao escoamento.

Em alguns casos muito especiais, pode existir a necessidade de utilizar tirantes de concreto para equilibrar as regiões nodais, isto ocorre quando não há a possibilidade de colocação da armadura de tração. Alguns exemplos desta ocorrência são lajes sem estribos, bielas não armadas, trechos de barras dobradas e situações de ancoragem.

4. Metodologia

Neste capítulo apresenta-se a metodologia da construção e análise dos quatro exemplos práticos de aplicação da Mecânica do Dano em análises não-lineares de estruturas de concreto armado, que serão apresentados e comentados no capítulo 5 deste trabalho. O objetivo final é conseguir simular com maior precisão, o real comportamento das estruturas. Assim, será possível medir a diferença entre as respostas encontradas em análises lineares – tipo de análise amplamente utilizada em projetos correntes no mercado de trabalho atualmente – e análises mais refinadas não-lineares – que levam em conta o real comportamento do material concreto, seus limites de falhas, a taxa de armadura e a mudança da rigidez dos materiais após a plastificação.

A modelagem será feita através de um pacote comercial de elementos finitos utilizando técnicas da Mecânica do Dano para modelar a resposta não-linear do concreto e um modelo constitutivo elasto-plástico para simular a plastificação do reforço estrutural.

O ABAQUS é um software comercial de análise de problemas multifísicos que possui recursos apropriados para análises lineares e não-lineares de elementos estruturais, sujeitos a solicitações estáticas ou dinâmicas através do Método dos Elementos Finitos (MEF). Também é muito utilizado na área de modelagem de problemas relacionados a fluidos e eletromagnetismo.

O pré processador da ferramenta consiste em uma interface gráfica que permite ao usuário uma eficiente definição da geometria do problema, através do módulo de criação de partes, e combinação das diferentes partes, através do módulo assembly (montagem). O software também conta com uma biblioteca de modelos constitutivos mais comuns, dando a liberdade para a alteração e aperfeiçoamento destes, sendo também possível a criação de novos materiais. Existe a possibilidade de o usuário incluir no modelo condições de contorno e carregamentos, seleção do número de etapas (steps) de análise e definir em que etapas os carregamentos atuam ou param de atuar na estrutura. Possui também um módulo de geração semiautomática de malha, onde o usuário através de um estudo e particionamento das peças, consegue escolher uma técnica para realizar a discretização de forma rápida e eficiente. Finalmente, o software possuiu um pós processador gráfico onde é possível visualizar e interpretar os resultados numéricos das análises e realizar animações e imagens para apresentação.

As diversas potencialidades do software permitem que problemas de engenharias complexos, envolvendo geometrias não simétricas, relações constitutivas não-lineares, ocorrências de grandes deformações e interações entre materiais, possam ser modelados numericamente. Ainda que o processo de construção de um modelo adequado não seja tarefa simples, justamente por envolver uma quantidade muito grande de parâmetros e opções de modelagem, o software é uma excelente ferramenta para análises de estruturas civis.

A ferramenta contém três tipos de modelos, consagrados na literatura, para simular a plastificação do concreto, sendo eles: (1) Smeared crack concrete model, (2) Brittle crack concrete model, e (3) Concrete damaged plasticity model. Entre os três tipos de modelo, o terceiro é o mais indicado para uma simulação macro da fissuração, pois tem o potencial de representar completamente o comportamento não elástico do concreto tanto à compressão quanto à tração – incluindo as características relacionadas a danificação do material. Este modelo assume que os dois principais mecanismos de falha do concreto são: fissuração na tração (tensile cracking) e esmagamento na compressão (compressive crushing) (WAHALATHANTRI *et al* 2011).

O modelo de dano presente no software ABAQUS, chamado de Concrete Damage Plasticity (CDP) é um dos mais populares usados para simulação do comportamento do concreto em softwares de elemento finitos (MICHAŁ & ANDRZEJ, 2015). O modelo é desenvolvido seguindo a teoria proposta por Lubliner et al. (1988) e adaptada por Lee e Fenves (1998). Considera a existência de dois mecanismos de danificação: Fissuração na tração e esmagamento na compressão, assim a rigidez relativa do material é simplificada por dois parâmetros de dano, um para tração e outro para compressão. A função de escoamento para este modelo é especificada de acordo com a teoria de dano proposta por Lubliner et al. (1988).

As armaduras serão discretizadas utilizando a técnica “*embedded reinforcement*” (armadura embutida) – esta técnica ignora o espaço ocupado pela armadura, o elemento mãe (elemento de concreto onde está a armadura) recebe um acréscimo de rigidez de acordo com as características do aço que está ali “embutido”. Os esforços das armaduras são calculados a partir do campo de deslocamento dos elementos mãe. Isto implica uma ligação perfeita entre o reforço e o concreto – não há escorregamento entre os materiais.

Os modelos constitutivos utilizados para todos os exemplos propostos neste trabalho irão ser padronizados. A seguir, apresentam-se os valores usados para

representação do comportamento dos materiais nas simulações apresentadas no próximo capítulo.

4.1. Modelo constitutivo – Análise Linear

Para as simulações elásticas lineares o modelo constitutivo usado para o concreto armado possui as seguintes características:

Resistencia à compressão = 25 MPa

Módulo de elasticidade = 28000 MPa

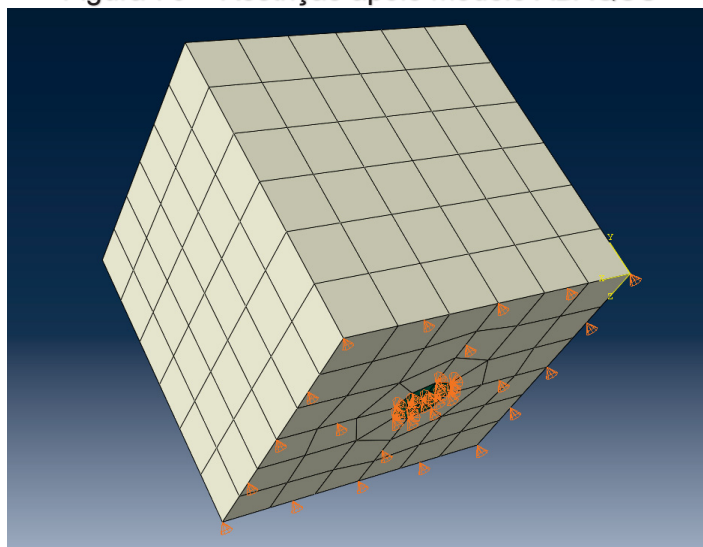
Coeficiente de Poisson = 0.2

4.2. Análise não-linear considerando a Mecânica do Dano

Neste item apresentaremos duas simulações de modelos simplificados utilizando o software ABAQUS, com o objetivo de validar os modelos constitutivos adotados no presente trabalho e avaliar a evolução da fissuração na peça. No primeiro exemplo, será feito um teste para verificação da resposta à tração do concreto e depois, será testado seu comportamento à compressão.

Primeiramente foi construído um modelo computacional, onde uma barra de um material perfeitamente elástico linear com módulo de elasticidade de 210 GPa é embutida no interior de um cubo de concreto com arestas de um metro. Foi considerado que os dois elementos possuem perfeita aderência e compatibilidade de deslocamentos. O cubo possui restrições de apoio a translação na direção principal da aplicação do carregamento. O cubo de concreto possui restrição ao deslocamento em todas as direções em uma de suas faces, evitando que o conjunto se mova lateralmente com a aplicação do carregamento, conforme mostra a Figura 76.

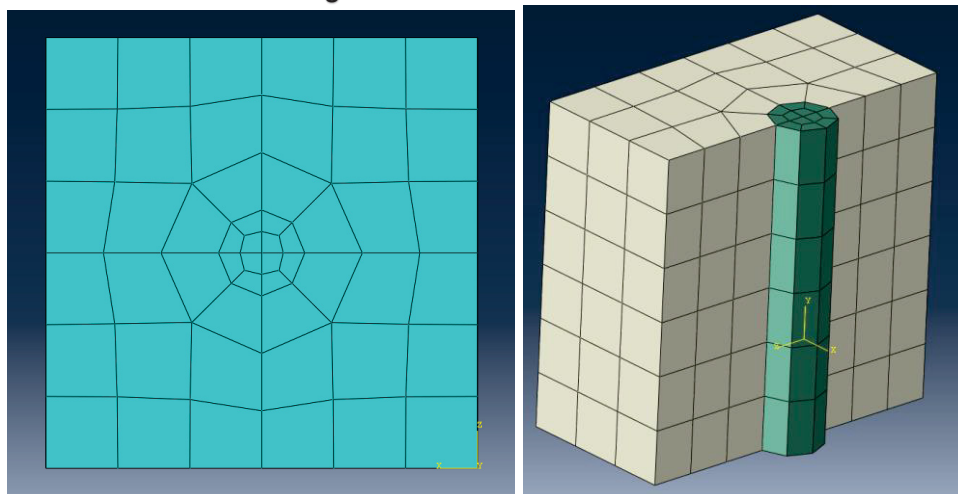
Figura 76 – Restrição apoio modelo ABAQUS



Fonte: Elaborada pelo autor.

O conjunto foi discretizado por elementos do tipo C3D8R, elemento Hexaédrico isoparamétrico de 8 nós com integração reduzida. O tamanho dos elementos finitos foi definido através de um estudo da malha, onde foram testados diferentes espaçamentos. A dimensão média das arestas dos elementos ficou com 0,15 metros. A Figura 77 mostra a discretização da malha em planta e em perspectiva, na segunda figura, alguns elementos foram ocultados para melhor entendimento do modelo.

Figura 77 - Malha do modelo



Fonte: Elaborada pelo autor.

O ABAQUS conta com um algoritmo que analisa a geometria a ser discretizada, define uma estratégia para discretização e gera a malha de acordo com o tamanho do elemento especificado pelo usuário (PRATES AGUIAR, 2015). O programa também apresenta uma técnica específica para transformar geometrias curvas em elementos hexaédricos, onde ele refina a malha nesses pontos, criando elementos extras,

dependendo do grau de curvatura da peça e do desvio limite do raio de curvatura declarado pelo usuário nas configurações do gerador de malha.

A estratégia utilizada nesse trabalho foi a de geração de malha estruturada, onde todo o conjunto é discretizado em elementos hexaédricos isoparamétricos. Esta técnica só é possível para modelos com geometrias regulares, mas é a que possui a melhor convergência e resultado. Para domínios complexos, recomenda-se o uso de geração de malha por varredura, técnica onde o software gera elementos tetraédricos em regiões descontinuas, onde não é possível usar elementos hexaédricos, conseguindo assim, discretizar todo o domínio.

Os valores dos parâmetros relacionados ao modelo da Mecânica do Dano, utilizados para expansão do domínio unidimensional para o tridimensional (em outras palavras, para construção da envoltória de ruptura no espaço tridimensional de tensões) encontram-se na Figura 78.

Figura 78 - Parâmetros relacionados ao modelo de dano plástico

Concrete Damaged Plasticity

Plasticity **Compressive Behavior** Tensile Behavior

☐ Use temperature-dependent data

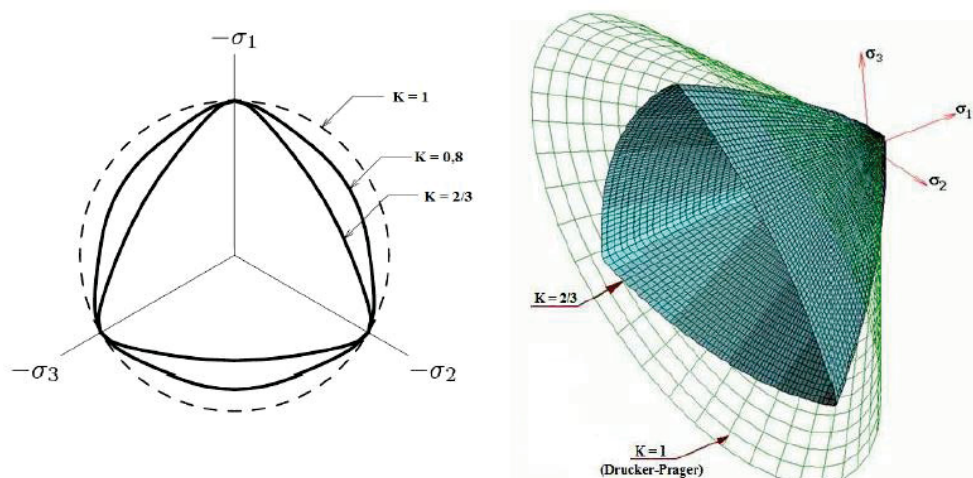
Number of field variables: 0

Data

	Dilation Angle	Eccentricity	f_{b0}/f_{c0}	K	Viscosity Parameter
1	36	0.1	1.16	0.6666667	0.0005

Fonte: (O Autor)

Figura 79 – Influência do parâmetro K_c sobre a superfície de escoamento



Fonte: (Prates Aguiar, 2015)

O parâmetro K_c pertinente a função de Lubliner et. al.(1988), é definido pela razão do segundo invariante do tensor de tensões no meridiano de tração pelo segundo invariante de tensão no meridiano de compressão. Pode-se observar na Figura 79 como este parâmetro influencia a superfície de falha pois quando o valor de K_c for igual a 1 a envoltória fica semelhante ao modelo proposto por Drucker-Prager (1952) – formato circular no plano deviatório. É recomendável que este parâmetro seja igual a 2/3 (ou 0,666667) ficando assim, a superfície de falha em formato similar ao modelo proposto por Willian-Warnke (1975). Este parâmetro deve sempre possuir valores maiores que 0,5.

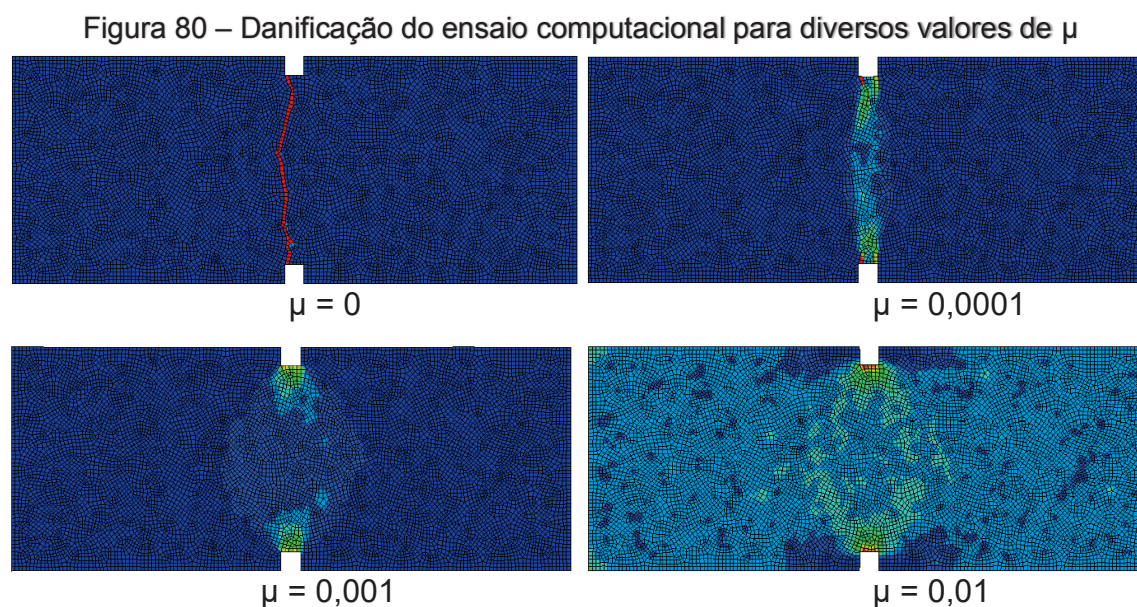
Conforme já foi mencionado, o valor de $(\sigma_{bo}/\sigma_{co})$ estabelece a razão entre a tensão de escoamento em estados biaxiais e uniaxiais. Recomenda-se usar o valor de 1,16 para o parâmetro.

O ângulo de dilatância (ψ), conforme explica Araújo (2017) pode ser interpretado fisicamente como o ângulo de atrito interno do material. Cardoso (2014) apud Prates Aguiar (2015) completa que este parâmetro está relacionado com a inclinação que o potencial plástico alcança para altas tensões de confinamento. Para valores baixos de ψ o material irá apresentar um comportamento frágil, já para valores mais elevados, o material apresentará um comportamento mais dúctil. O valor recomendado pela documentação do software ABAQUS e por outros autores é $\psi = 36^\circ$.

O quarto parâmetro necessário para a implementação do modelo é chamado de excentricidade (p) ou excentricidade potencial plástica. A forma da superfície de escoamento é ajustada por p , pois no critério tradicional de Drucker-Prager a superfície possui a forma de uma reta no plano meridional e como foi observado nos capítulos anteriores, a superfície ideal, possui o formato de uma curva (hipérbole). Este parâmetro pode ser calculado através da relação entre os resultados de ensaios de compressão uniaxial e ensaios de tração uniaxial. Como a resistência à tração para o concreto é em torno de 10% da resistência à compressão, o valor recomendado para este parâmetro é de $p = 0,10$. Quando o parâmetro for igual zero ($p = 0$) a superfície no plano meridiano se torna uma reta contínua (hipótese clássica do modelo de Drucker Prager) (KMIECIK, 2011).

O último parâmetro a ser discutido é a viscosidade (μ) – este parâmetro tem a função de facilitar o processo de convergência dos modelos numéricos, permitindo que as tensões no material excedam ligeiramente as tensões máximas (ficando ligeiramente

fora da superfície de ruptura) sem comprometer os resultados. Quanto menor o parâmetro de viscosidade, mais preciso será o resultado. Segundo Prates Aguiar (2015) o parâmetro usa da teoria da viscoplasticidade para regularizar as equações constitutivas do modelo. Michał e Andrzej (2015) fizeram um estudo sobre a influência do parâmetro de viscosidade em um modelo computacional simulando um ensaio de tração uniaxial simples. É possível observar na Figura 80 que quando o parâmetro μ é igual a zero (sem regularização das relações constitutivas) surge no modelo uma trinca vertical e bem definida ao longo da seção central do espécime. Já para valores maiores de μ , onde se aplica um critério viscoelástico para regularizar as equações, a fissuração passa a se distribuir para seções vizinhas, fazendo com que o modelo tenha uma melhor convergência do ponto de vista numérico, mas comprometendo a qualidade do resultado.



Fonte: (Michał & Andrzej, 2015)

Conforme se observa na Figura 80, para valores altos de μ a distribuição da fissuração não segue o padrão esperado para o concreto. Portanto, o autor recomenda calibrar caso a caso este parâmetro, sempre buscando o menor valor para μ que garanta uma boa convergência, equilibrando assim, a qualidade da resposta com a convergência do modelo. Valores recomendados estão entre o intervalo de 0,001 e 0,0001.

Jankowiak et. al. (2005) explicam que para a identificação precisa dos parâmetros usados no modelo CDP em análises não-lineares é preciso fazer alguns testes de laboratório, sendo eles:

- Compressão uniaxial;
- Tração uniaxial;
- Teste biaxial de compressão;
- Compressão triaxial do concreto.

Segundo Jankowiak et. al. (2005), com a posse dos resultados destes três diferentes ensaios é possível modelar, com muita precisão, a forma da superfície de escoamento do concreto ensaiado. Neste trabalho foram usados parâmetros consagrados na literatura – pois não se pretende fazer as simulações para um tipo específico de concreto e sim, apresentar e discutir o potencial das análises não-lineares baseadas na mecânica do dano.

Na primeira etapa, foi feita uma simulação utilizando o modelo constitutivo do concreto à tração proposto por Nayal e Rasheed (2006), conforme formulações apresentadas em capítulos anteriores. O concreto escolhido para modelagem foi o de classe C-25 (25 MPa de resistência a compressão) e os valores dos parâmetros calculados apresentados na Tabela 2. Sendo *ecr* a deformação limite do concreto a tração.

Tabela 2 - Parâmetros do concreto (modelo tração)

Resistencia compressão	25 MPa	ou	3,625943575 kip/in ²
Módulo de elasticidade inicial (2)	28000 MPa		
Resistencia Tração	1,5 MPa		
Deformação limite (<i>ecr</i>)	5,36E-05		

Fonte: elaborado pelo autor.

Os parâmetros da relação tensão/deformação na tração calculados pelo método de Nayal et al (2006), são ilustrados na Tabela 3 na cor verde – porém a deformação total deve ser transformada em deformação inelástica conforme desenvolvimento apresentado no capítulo 2 – parcela inelástica (*cracking strain*) da deformação. Estes valores estão apresentados na cor amarela. O diagrama tensão/deformação para este desenvolvimento está apresentado na Figura 81.

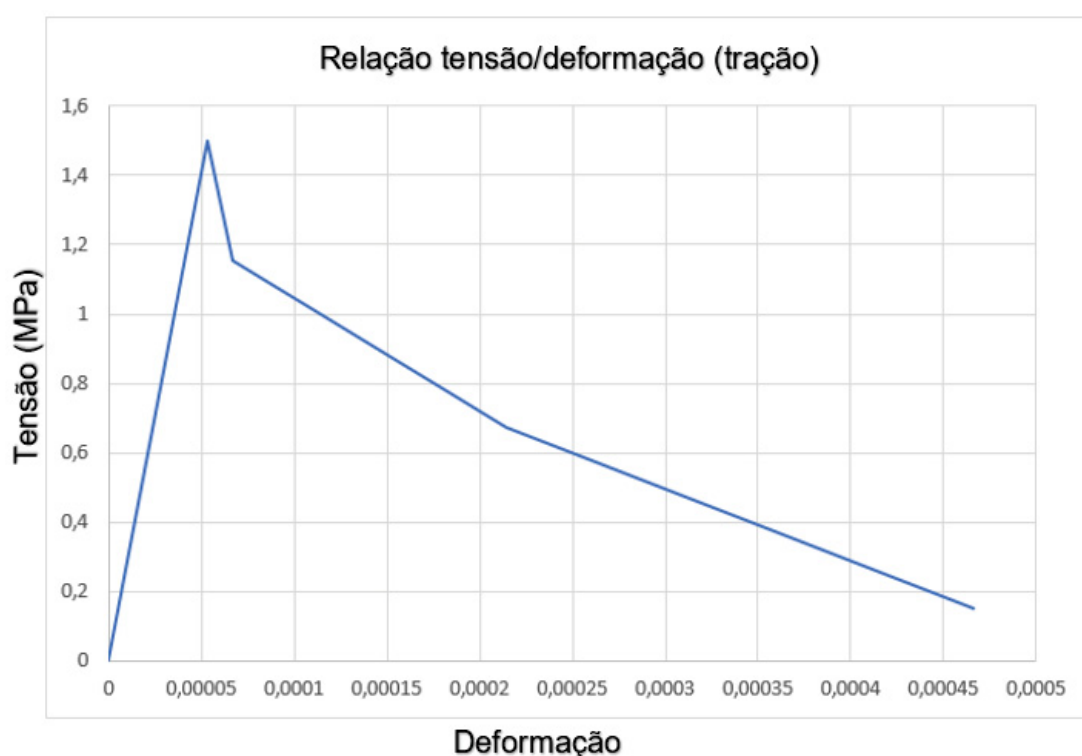
Tabela 3 - Relação tensão/deformação a tração

Tensão (Mpa)	Deformação Total	Parcela elastica	Cracking Strain
0	0	0	0,0000000E+00
1,5	5,35714E-05	5,35714E-05	0,0000000E+00
1,155	6,69643E-05	0,00004125	2,5714286E-05
0,675	0,000214286	2,41071E-05	1,9017857E-04
0,15	0,000466071	5,35714E-06	4,6071429E-04

Fonte: Elaborado pelo autor.

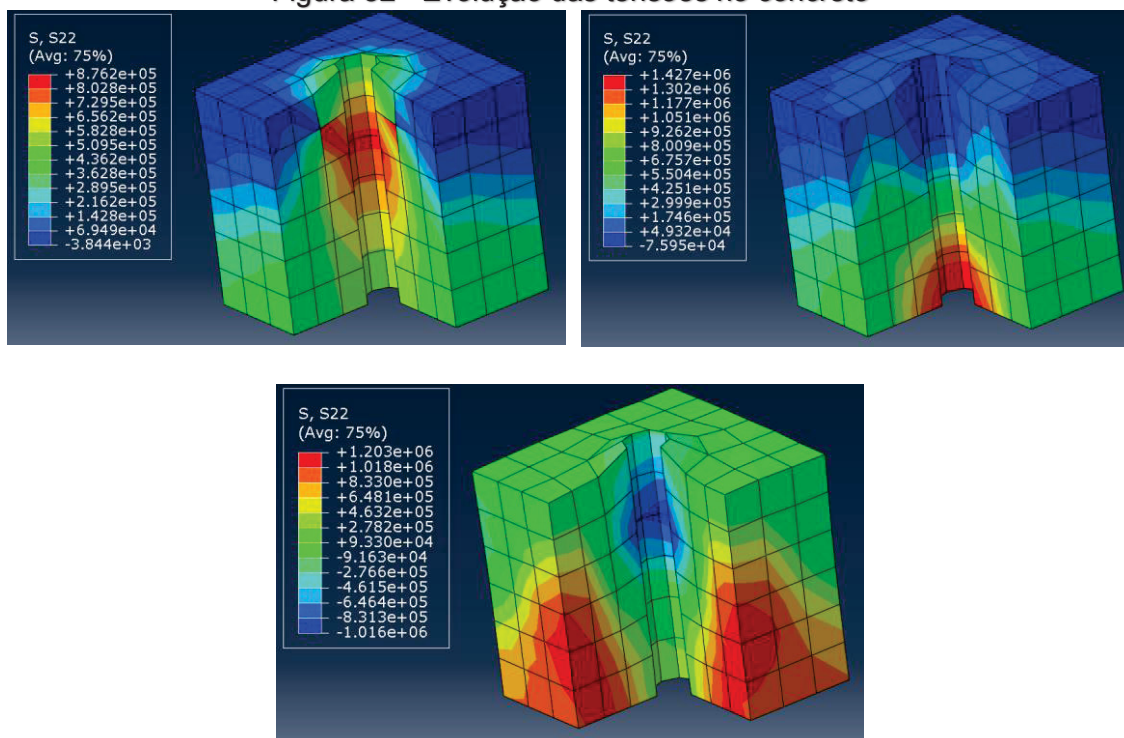
Foi aplicada uma carga de tração do tipo pressure (pressão) na barra, que varia de 0 MPa a até 200 MPa. O resultado da tensão verificada na direção principal (paralelamente a aplicação da carga) em relação a deformação total na mesma direção para um elemento próximo a base do sólido está plotado na Figura 83, onde é possível ver a evolução da resposta do material para diferentes estágios do carregamento. A Figura 82 mostra as tensões globais no sólido para os passos de carga referentes a 5%, 25% e 50% da força máxima aplicada.

Figura 81 - Diagrama tensão/deformação na tração



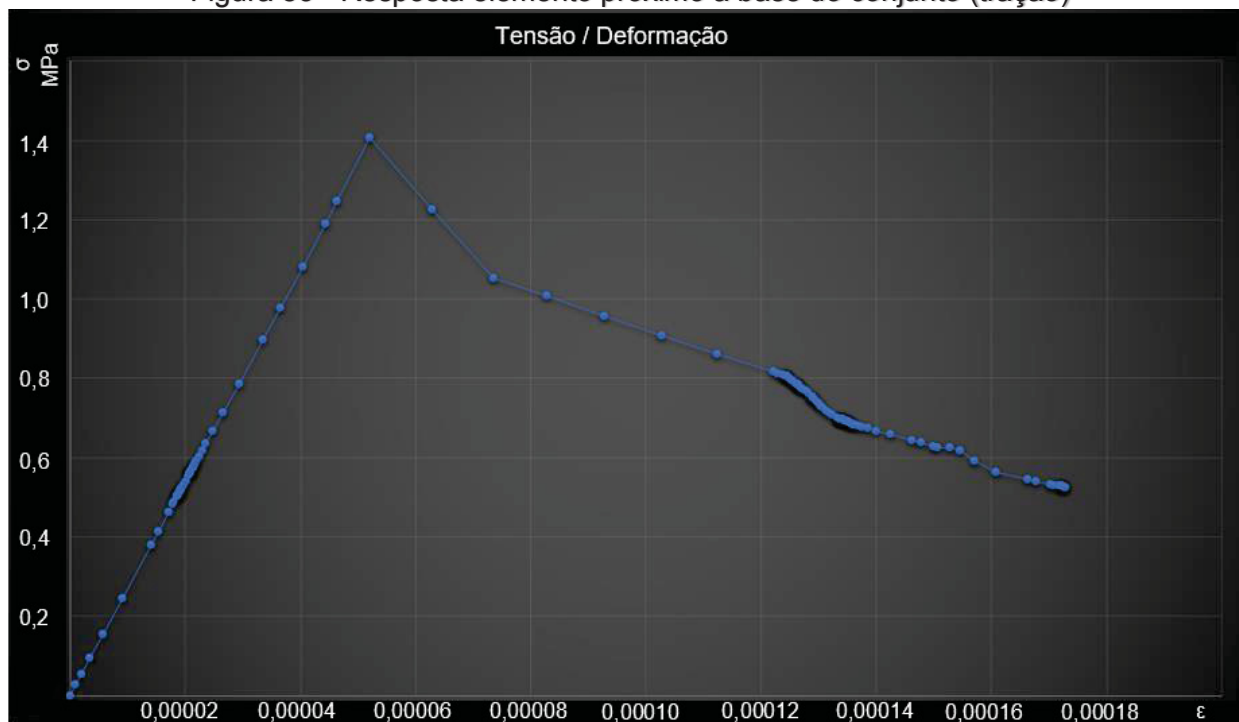
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 82 - Evolução das tensões no concreto



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 83 - Resposta elemento próximo a base do conjunto (tração)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Conforme pode se observar na Figura 83, a resposta de um elemento finito próximo a base do cubo de concreto em análise ficou próxima do que era esperado para um elemento de concreto submetido a esforços de tração. Apresentando um trecho

elástico linear até a tensão máxima (aproximadamente 1,5 MPa) e um segundo trecho descendente não-linear contemplando a perda de rigidez do material. Como em um problema tridimensional e não-linear, existem diversas variáveis envolvidas (danificação no concreto, redistribuição de esforços, cisalhamento entre elementos e outros fatores) não seria comum que a resposta do material fosse exatamente igual aos valores fornecidos ao programa para estado uniaxial – Figura 81 –, porém, como o diagrama final apresentou o mesmo formato e limites próximos ao diagrama uniaxial fornecido na entrada de dados, o resultado foi considerado satisfatório.

Na segunda simulação, foi utilizado o modelo à compressão para o concreto proposto por Hsu Hsu (1994) e apresentado no terceiro capítulo do trabalho, também para um concreto de classe C25. Os valores dos parâmetros iniciais para a implementação do modelo se encontram na Tabela 4:

Tabela 4 – Parâmetros concreto (modelo compressão)

Resistencia compressão	25 MPa	ou	3,62594358 kip/in ²
Módulo de elasticidade inicial (2)	28000 MPa		
Deformação máxima	0,00243671		
Parametro Beta	1,66258876		
0,3 * σ_{cu}	7,5 MPa		

Fonte: Elaborado pelo autor.

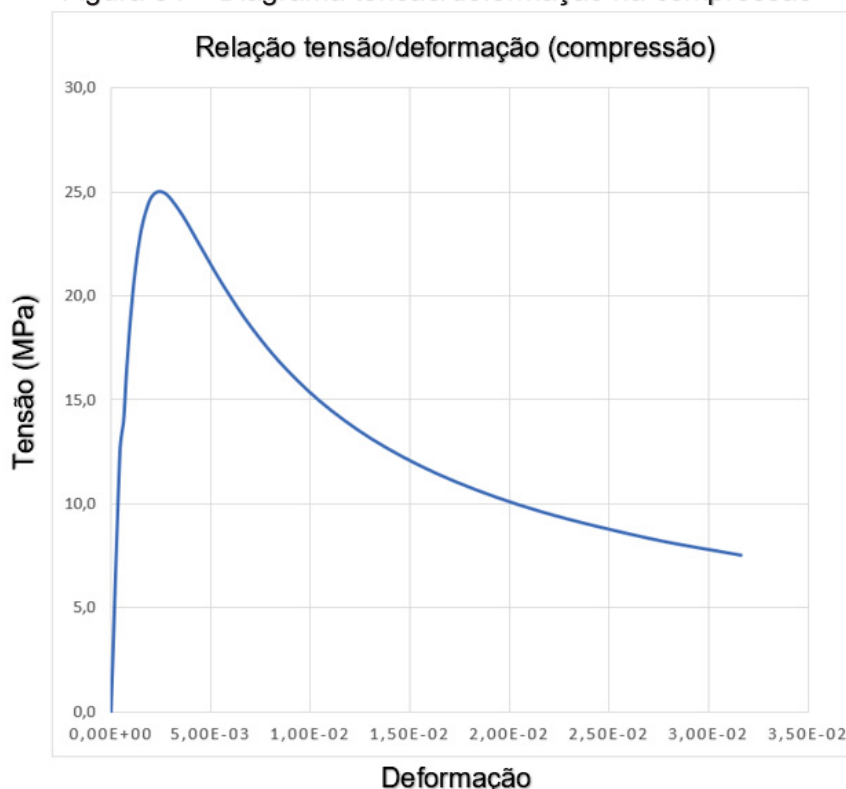
Os parâmetros da relação tensão/deformação na compressão calculados pelo método, são apresentados na Tabela 5 na cor verde – porém, como o ABAQUS solicita a entrada de dados referente a parcela inelástica da deformação, estes valores precisam ser convertidos e estão apresentados na cor amarela. O diagrama usado está apresentado na Figura 84.

Tabela 5 – Relação tensão/deformação na compressão

Tensão (Mpa)	Deformação Total	Parcela elástica	Parcela inelástica
0,0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
12,5	4,46E-04	4,46E-04	0,00E+00
13,9	6,25E-04	4,97E-04	1,28E-04
16,4	7,81E-04	5,85E-04	1,96E-04
18,9	9,77E-04	6,75E-04	3,01E-04
21,3	1,22E-03	7,59E-04	4,61E-04
23,2	1,53E-03	8,29E-04	6,97E-04
24,5	1,91E-03	8,75E-04	1,03E-03
24,9	2,19E-03	8,90E-04	1,30E-03
25,0	2,52E-03	8,93E-04	1,63E-03
24,8	2,90E-03	8,84E-04	2,02E-03
23,8	3,63E-03	8,50E-04	2,78E-03
22,3	4,53E-03	7,96E-04	3,74E-03
20,4	5,67E-03	7,30E-04	4,94E-03
18,4	7,08E-03	6,58E-04	6,42E-03
16,4	8,85E-03	5,86E-04	8,27E-03
14,5	1,11E-02	5,17E-04	1,05E-02
12,7	1,38E-02	4,53E-04	1,34E-02
11,1	1,73E-02	3,95E-04	1,69E-02
9,6	2,16E-02	3,43E-04	2,13E-02
8,3	2,70E-02	2,98E-04	2,67E-02
7,5	3,16E-02	2,69E-04	3,13E-02

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 84 – Diagrama tensão/deformação na compressão

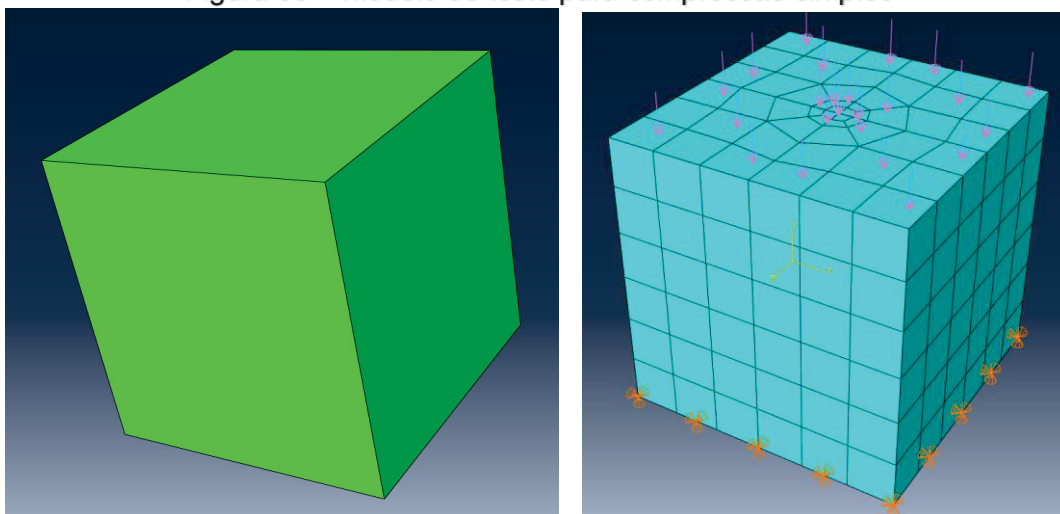


Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se no modelo apresentado o trecho inicial elástico linear (sem deformação inelástica) até 12,5 MPa, uma segunda parcela não-linear até o limite superior do diagrama e o trecho descendente que simula o amolecimento do material após a plastificação. Ressalta-se que diferente de vários modelos existentes na literatura, que começam a considerar o dano somente quando a tensão atinge o pico do diagrama, o modelo escolhido para este trabalho começa a medir o dano a partir do momento em que passam a existir deformações inelásticas no espécime estudado.

Na segunda modelagem, foi considerado um cubo maciço de concreto simples discretizado da mesma forma que no exemplo discutido anteriormente (para tração), porém, sem a barra rígida no interior do elemento. Foi aplicada uma carga do tipo pressure (pressão) que varia de 0 MPa a 25 MPa em toda a face superior e a face inferior foi restringida para translação em todas as direções, simulando um ensaio usual de compressão simples - Figura 85.

Figura 85 – Modelo de teste para compressão simples

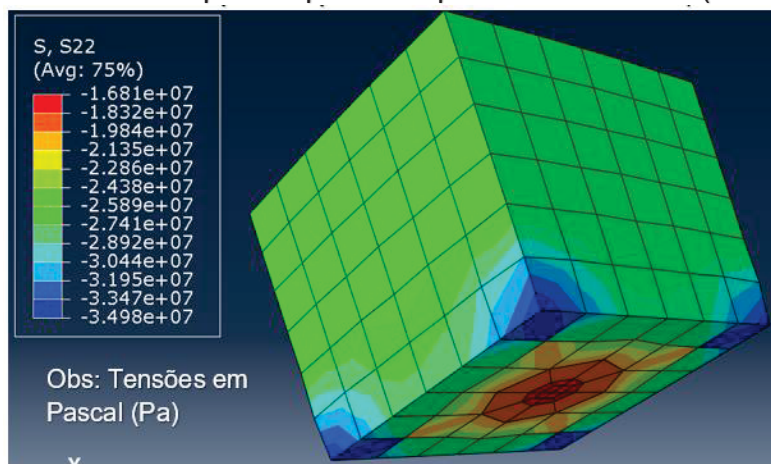


Fonte: Elaborado pelo autor.

Os parâmetros relacionados ao modelo de dano foram os mesmos usados na primeira simulação.

Na Figura 86, apresenta-se a evolução dos esforços de compressão, no sentido perpendicular ao plano onde atua o carregamento, durante o experimento computacional para o instante de aplicação de uma pressão de compressão de 25 MPa – carga limite. Pode-se notar que em alguns pontos próximo a base do cubo, ocorreram tensões de compressão acima da resistência última do material em estado uniaxial (25 MPa), isso ocorre devido ao confinamento gerado pelas restrições impostas na base do espécime – o que gera um estado triaxial de tensões em alguns pontos e consequentemente um aumento da resistência última. Já perto do topo do elemento observa-se uma tensão homogênea muito próxima a 25 MPa em toda sua extensão, pois na face superior não existe nenhum tipo de restrição a expansão lateral.

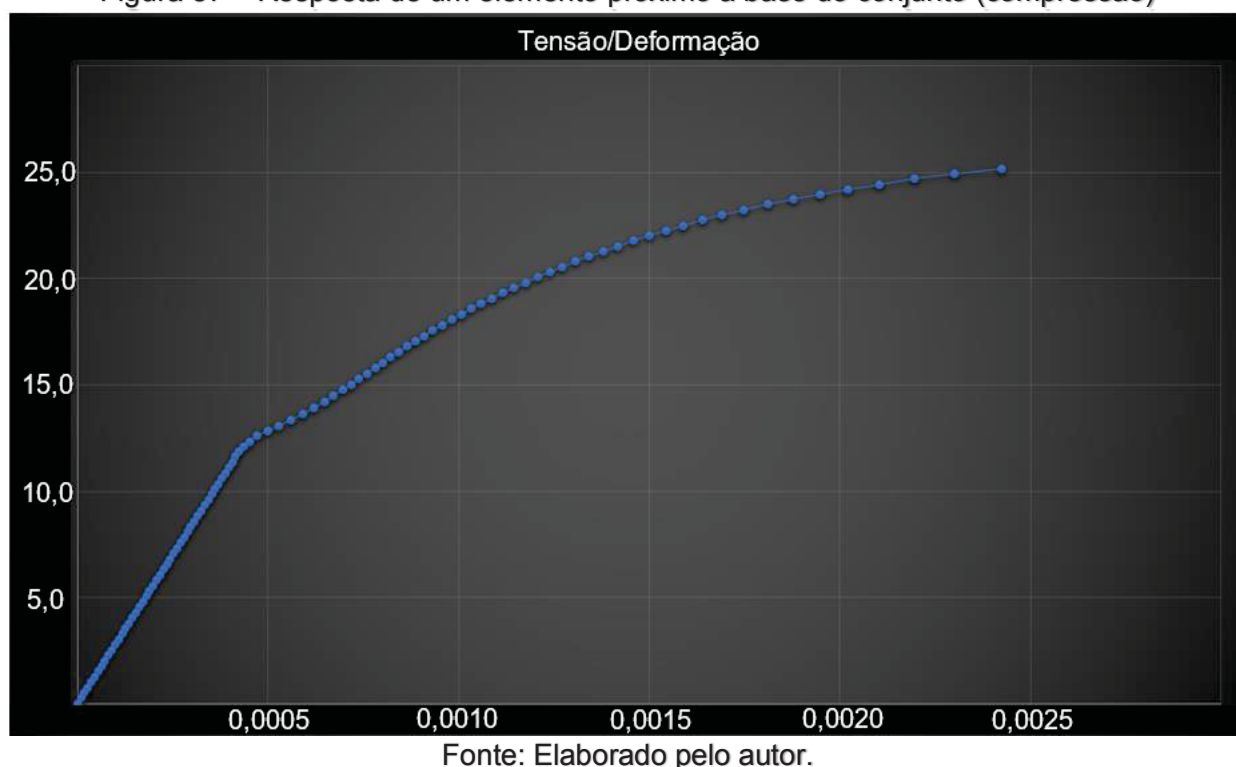
Figura 86 – Tensões no espécime para uma pressão de 25 MPa (limite de ruptura)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para um elemento finito localizado no centro geométrico do espécime (onde não existem tensões de confinamento preponderantes), foi traçada a curva tensão/deformação apresentada na Figura 87. Observa-se um trecho linear inicial e não-linear na construção da curva e o início do trecho não-linear começando para uma tensão próxima a 12,5 MPa, validando assim, o modelo proposto. Nesse experimento, não foi testada a fase de amolecimento do elemento.

Figura 87 – Resposta de um elemento próximo a base do conjunto (compressão)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Após estas duas simulações preliminares com o intuito de testar os modelos constitutivos, o autor deste trabalho considera os resultados satisfatórios. Estes modelos serão usados de base, nos próximos itens, para a construção dos modelos constitutivos que serão utilizados nos problemas mais complexos apresentados na sequência deste trabalho, envolvendo regiões de descontinuidade (“Regiões D”) e regiões clássicas de Euler-Bernoulli-Navier (“Regiões B”).

4.3. Modelo Constitutivo do Concreto – Análise Não-linear

Para análises não-lineares, foram utilizadas as características do concreto apresentadas nos exemplos do item anterior com a adição dos parâmetros de dano à

tração e dano à compressão. A seguir, nas tabelas 6 e 7, estão apresentados um resumo dos parâmetros utilizados:

Tabela 6 – Parâmetros do modelo para o concreto a compressão usados no trabalho

Tensão (Mpa)	Deformação Total	Parcela elástica	Parcela inelástica	Dano	Deformação plástica
0,0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
12,5	4,46E-04	4,46E-04	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
13,9	6,25E-04	4,97E-04	1,28E-04	0,00E+00	1,28E-04
16,4	7,81E-04	5,85E-04	1,96E-04	0,00E+00	1,96E-04
18,9	9,77E-04	6,75E-04	3,01E-04	0,00E+00	3,01E-04
21,3	1,22E-03	7,59E-04	4,61E-04	0,00E+00	4,61E-04
23,2	1,53E-03	8,29E-04	6,97E-04	0,00E+00	6,97E-04
24,5	1,91E-03	8,75E-04	1,03E-03	0,00E+00	1,03E-03
24,9	2,19E-03	8,90E-04	1,30E-03	0,00E+00	1,30E-03
25,0	2,52E-03	8,93E-04	1,63E-03	0,00E+00	1,63E-03
24,8	2,90E-03	8,84E-04	2,02E-03	9,80E-03	2,01E-03
23,8	3,63E-03	8,50E-04	2,78E-03	4,81E-02	2,73E-03
22,3	4,53E-03	7,96E-04	3,74E-03	1,08E-01	3,64E-03
20,4	5,67E-03	7,30E-04	4,94E-03	1,83E-01	4,77E-03
18,4	7,08E-03	6,58E-04	6,42E-03	2,63E-01	6,19E-03
16,4	8,85E-03	5,86E-04	8,27E-03	3,44E-01	7,96E-03
14,5	1,11E-02	5,17E-04	1,05E-02	4,21E-01	1,02E-02
12,7	1,38E-02	4,53E-04	1,34E-02	4,93E-01	1,29E-02
11,1	1,73E-02	3,95E-04	1,69E-02	5,57E-01	1,64E-02
9,6	2,16E-02	3,43E-04	2,13E-02	6,15E-01	2,07E-02
8,3	2,70E-02	2,98E-04	2,67E-02	6,66E-01	2,61E-02
7,5	3,16E-02	2,69E-04	3,13E-02	6,99E-01	3,07E-02
3,7	9,48E-02	1,31E-04	9,47E-02	8,53E-01	9,39E-02
1,8	2,84E-01	6,33E-05	2,84E-01	9,29E-01	2,84E-01

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 7 - Parâmetros do modelo para o concreto a tração usados no trabalho

Tensão (Mpa)	Deformação Total	Parcela elástica	Cracking Strain	Dano	Deformação Plástica
0	0	0	0,0000000E+00	0	0
1,5	5,35714E-05	5,35714E-05	0,0000000E+00	0	0
1,155	6,69643E-05	0,00004125	2,5714286E-05	0,23	1,33929E-05
0,675	0,000214286	2,41071E-05	1,9017857E-04	5,5000000E-01	1,6071429E-04
0,15	0,000466071	5,35714E-06	4,6071429E-04	9,0000000E-01	4,1250000E-04
0,03	0,001252232	1,07143E-06	1,2511607E-03	9,8000000E-01	1,1986607E-03

Fonte: elaborado pelo autor.

4.4. Modelo Constitutivo do Aço – Análise Não-linear

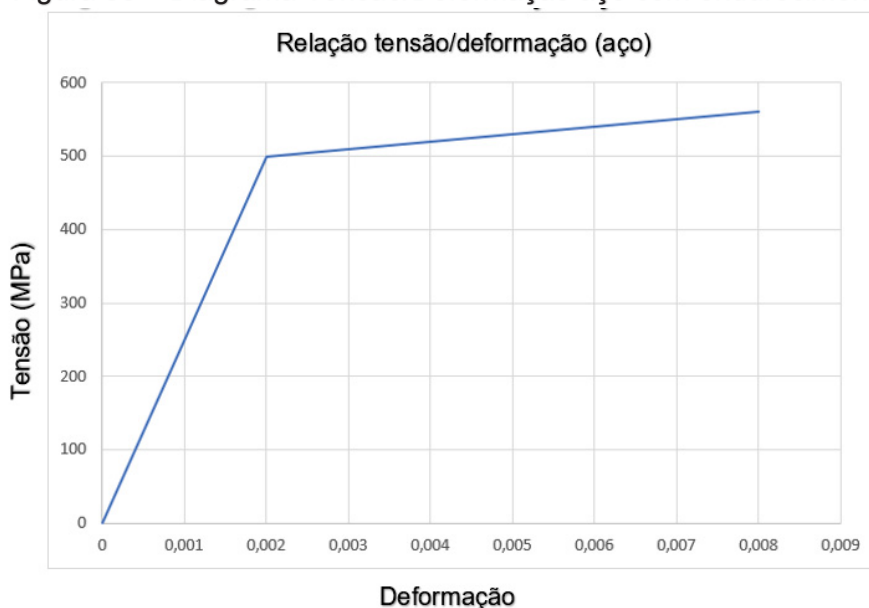
Para o aço usado nos modelos deste trabalho foi escolhida a utilização de barras da classe CA-50 por serem as mais usadas atualmente em obras correntes. Seus parâmetros são:

- Módulo de elasticidade = 210.000 MPa
- Coeficiente de Poisson = 0,3
- Resistência a compressão/tração (elástico linear) = 500 MPa

- Deformação limite elástica = 0,002
- Resistência após endurecimento por deformação = 550 MPa
- Deformação ruptura = 0,008

Portanto, o modelo constitutivo usado para as simulações foi um modelo elasto plástico bi linear com ganho de rigidez após a plastificação – “strain hardening” (característica clássica dos aços de construção – já comentadas na revisão teórica deste trabalho) – seu diagrama está apresentado graficamente na Figura 88.

Figura 88 – Diagrama Tensão/Deformação aço com endurecimento



Fonte: Elaborado pelo autor.

5. Problemas propostos e resultados

Neste capítulo será feita a simulação de três experimentos computacionais não-lineares utilizando a Mecânica do Dano. Serão simulados:

- Viga esbelta retangular bi apoiada (onde se aplicam as hipóteses de Euler-Bernoulli-Navier) – visando a simulação da resposta de elementos sujeitos, predominantemente, a esforços flexionais;
- Viga-parede bi apoiada dimensionada pelo método das bielas – modelo que será analisado com diversas quantidades de taxas de armadura para permitir avaliar o quanto a armadura influencia no seu desempenho final. Posteriormente, a viga será também analisada levando-se em consideração as armaduras construtivas da peça, verificando assim, sua verdadeira influência no comportamento global da peça até atingir o ELU;
- Bloco sobre duas estacas – modelo que será confrontado com dados experimentais (ensaiado por Campos (2007)) a fim de testar a concordância dos outros modelos configurados.

Vários parâmetros serão discutidos neste trabalho, tais como as tensões principais (normais e cisalhantes), os deslocamentos máximos na direção da aplicação da carga e os parâmetros relacionados a plastificação do material, sendo eles:

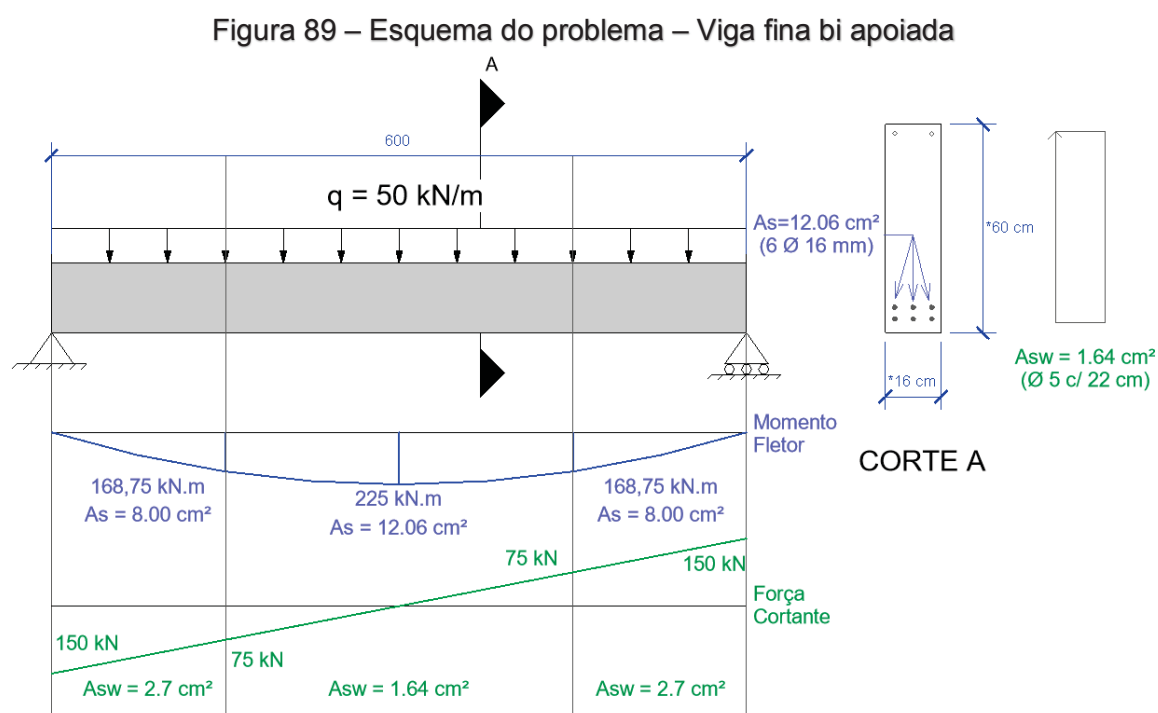
- A variável PEEQT (*“Equivalent Plastic Strain on Tension”*) foi utilizada para prever o padrão de fissuração na peça. Fisicamente, esta variável pode ser considerada como a dimensão da média das aberturas das fissuras no elemento em questão.

- A variável DAMAGET é a responsável por medir a danificação da peça à tração, variando de 0 a 1. Quando esta variável possui o valor 0 significa que a rigidez do elemento está íntegra, quanto mais próxima de 1, maior é a perda de rigidez do material. Também é um bom parâmetro para prever onde irá ocorrer a formação de fissuras.

5.1. Viga esbelta bi apoiada com carga distribuída (Euller Bernoulli)

O primeiro exemplo de aplicação da Mecânica do Dano em análises não-lineares de estruturas de concreto armado apresentado, é o de uma viga fina, simplesmente apoiada com vão teórico de seis metros. O carregamento usado para efetuar o dimensionamento da viga à flexão simples e a força cortante, foi o de 50 kN/m.

A Figura 89 esquematiza o problema, apresentado também, as três seções para as quais foram feitos os dimensionamentos das armaduras. Também é possível visualizar na figura, um corte com a locação das barras de aço longitudinais e transversais para a seção central do elemento. Convém lembrar que para este tipo de elemento, as hipóteses de Euller Bernoulli podem ser aplicadas – tornando assim, o dimensionamento do elemento muito mais simples e direto.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O dimensionamento das seções foi feito com base nas recomendações da NBR 6118 (2014) para flexão simples e força cortante. Os parâmetros de cálculo usados no dimensionamento como geometria dos elementos, resistência dos materiais e solicitações, podem ser visualizados na interface de entrada de dados da rotina desenvolvida pelo autor – Figura 90. Atenta-se para o fato de que nenhum tipo de coeficiente de segurança ($\gamma_n = \gamma_c = \gamma_s = 1,0$) foi utilizado nos dimensionamentos, já que

se pretende descobrir o quanto os elementos deste tipo possuem de reserva de carga para uma situação de Estado Limite Último.

Figura 90 – Entrada de dados da planilha de dimensionamento de vigas finas

Dimensionamento à flexão simples para seções retangulares		
Entrada de dados		
Parte 1 - Características dos materiais e parâmetros de cálculo		
Geometria		
Base	b	16 cm
Altura	h	60 cm
Altura útil	d	54 cm
h - d	d'	6 cm
Dist. eixo arm. long. e face da peça	C1	0 cm
Parâmetros concreto		
Resist. Caract.	f _{ck}	25 MPa
Ponderador de resist.	γ _c	1
Tipo de agregado	α _e	1
Tipo de cimento	CP	I ou II 0,25
Tempo (avaliação < 28 dias)	t	28 dias
Coeficiente de Poisson	ν	0,20
Coeficiente de dilatação termica	α _{conc}	1,00E-05 °C-1
Parâmetros aço		
Resist. Caract.	f _{yk}	50 kN/cm ²
Ponderador de resist.	γ _s	1
Módulo de elast. long.	E _s	20000 kN/cm ²
Coeficiente de dilatação termica	α _{aço}	1,20E-05 °C-1
Solicitações		
Momento Caract.	M _k	225 kN.m
Cortante Característica	V _k	150 kN
Torsor Característico	T _k	0 kN.m
Mom. mín. *** (Ver obs. ao lado)	M _{k,min}	0 kN.m
Ponderador de esforços	γ _f	1
Concreto		
Resist. compressão Cálculo	f _{cd}	25,000 MPa
Parâm. de redução de tensão (rusch)	α _c	0,85
Máxima tensão de compressão	σ _{cd}	21,250 MPa
Resist. média a tração	f _{ct,m}	2,565 MPa
Resist. sup. tração	f _{ctk,sup}	3,334 MPa
Resist. inf. tração	f _{ctk,inf}	1,795 MPa
Módulo de elasticidade inicial	E _{ci}	28000,00 MPa
Coef. p/ cálculo módulo secante	α _i	0,86
Módulo de elasticidade secante	E _{cs}	24150,00 MPa
Módulo de elasticidade Transversal	G _c	10062,50 MPa
Coef. corrigir resistência (t dias)	β ₁	1,00
Resist. compressão Cálculo (t dias)	f _{cd,j}	25,00 MPa
Aço		
Resist. compressão Cálculo	f _{yd}	50,000 kN/cm ²
Solicitação		
Momento de cálculo	M _d	225 kN.m
Cortante de cálculo	V _d	150 kN
Momento torsor de cálculo	T _d	0 kN
Observações:		
*** Momento mínimo é usado para calcular armadura mínima segundo NBR 6118 (ver terceira planilha deste arquivo), deixar valor igual a zero para usar o critério do CEB.		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 91 estão apresentados os parâmetros de respostas para o dimensionamento relacionado ao maior momento fletor (225 kN.m) e maior força cortante (150 kN) do elemento. A armadura longitudinal positiva colocada no centro da viga foi calculada como sendo $A_s = 9,58 \text{ cm}^2$, porém, foi escolhido um arranjo de 6 barras de 16 mm ($12,06 \text{ cm}^2$) para respeitar os diâmetros comerciais do aço. Esta armadura adotada, corresponde a uma capacidade resistente equivalente a um momento de 265 kN.m, o que equivale a aplicação de uma carga distribuída de 58,80 kN/m na viga.

Já as armaduras transversais das seções próximas aos apoios, foram determinadas como sendo $A_{s,w} = 2,69 \text{ cm}^2$. Foi adotado o uso de um estribo de 5 mm a

cada 14 cm (contabilizando os dois ramos do estribo a amadura adotada fica com 2,7 cm²/m).

O dimensionamento foi feito para três seções como está apresentado na Figura 89. Porém optou-se por colocar a armadura longitudinal positiva de forma contínua em toda a extensão da viga (12,06 cm²), pois entende-se que esta medida pouco irá interferir na capacidade de carga real do elemento. Para a armadura negativa foi adotado apenas um porta estribo – duas barras de 8 mm que também, pouco influenciam na resposta final da análise.

Figura 91 – Resultado do dimensionamento para o maior momento fletor e força cortante

Parte 2 - Dimensionamento

Parâmetros de cálculo (armadura +)

Momento reduzido	μ	0,227
Momento reduzido mín. p/ $A_{s,min}$	μ_{min}	0,000
Momento reduzido limite	μ_{lim}	0,295
Coef. diagrama retangular (simplif.)	λ	0,80
Profundidade da linha neutra	ξ	0,326
Profundidade da LN p/ $A_{s,min}$	ξ_{min}	0,000
Profundidade da linha neutra limite	ξ_{lim}	0,450

Parâmetros de controle (flexão simples)

Deformação limite concreto	ϵ_u	3,50 %
Prof. Linha neutra entre Dom. 2 e 3	ξ_a	0,259
Prof. Linha neutra entre Dom. 3 e 4	ξ_b	0,617
Parâmetro geométrico (d'/d)	δ	0,111
Deformação armadura compressão	ϵ'_s	2,636 %
Tensão na armadura de compressão	σ'_{sd}	50,000 kN/cm ²
Profundidade limite da linha neutra	x_{lim}	24,300 cm
Profundidade da linha neutra	x	17,618 cm
Momento resistente de cálculo	M_{ud}	225,000 kN.m
Taxa de armadura mínima (4)	ρ_{min}	0,150 %

Parâmetros de cálculo (armadura transversal)

Cisalhamento

Tensão convencional de cisalhamento	τ_{wd}	0,174 kN/cm ²
Parâmetro p/ tensão limite	α_v	0,900
Tensão limite de cisalhamento	τ_{wu}	0,61 kN/cm ²
Tensão em função da res. tração	τ_c	0,108 kN/cm ²
Tensão de cálculo	τ_d	0,073 kN/cm ²
Taxa de armadura mínima	ρ_{wmin}	0,0010
Armadura mínima (3)	$A_{sw,min}$	1,64 cm ² /m
Força limite de cisalhamento (Ruína das diagonais comprimidas)	V_{rd2}	52,5 tf*
Força convencional de cisalhamento (Ruína das bielas por tração) ($V_c + V_{sw}$)	V_{rd3} (=Vd)	15,0 tf*

Verificação do domínio e tipo de armadura

Tipo de armadura necessária	Armadura Simples
Verificação se $\xi < \xi_{lim}$ (evitando $A_{s'}$)	OK
Domínio de dimensionamento	3

Resultado do dimensionamento

Armadura longitudinal de flexão

Área armadura de tração (+)	A_s	9,584 cm ²
Área mínima armadura de tração (+)	$A_{s,min}$	1,440 cm ²
(2/3) Armadura mínima (lajes)	$2/3 A_{smin}$	0,960 cm ²
Área armadura de compressão (-)	$A_{s'}$	0,000 cm ²
Armadura Máxima ($A_s + A_{s'} < 4\% \cdot A_c$)	teste	Passou

Armadura transversal (estribo vertical)

1. Cisalhamento

Área mínima da armadura transversal	$A_{sw,min}$	1,64 cm ² /m
Teste bielas comprimidas ($\tau_{wd} < \tau_{wu}$)	teste	Passou
Área da armadura transversal (3)	$A_{sw,v}$	2,69 cm ² /m
Espaçamento máximo	S_{max}	30,0 cm

2. Torção

Área da armadura transversal	$A_{sw,T}$	0,00 cm ² /m
Área da armadura longitudinal (5)	$A_{sl,T}$	0,00 cm ² /m
Área mínima da armadura torção (6)	$A_{s,T,min}$	0,00 cm ² /m
Altura equiv.	H_{nuc}	60,0 cm
Base equiv.	B_{nuc}	16,0 cm
Espaçamento máximo estribos	S_{max}	30,0 cm

3. Cisalhamento + Torção

Teste bielas comprimidas (T+V)	0,2858 <= 1	PASSOU
Armadura transversal TOTAL (7)	$A_{sw,TOT}$	2,69 cm ² /m

Armadura complementar

Armadura de pele (em cada face)	$A_{s,pele}$	0,000 cm ² /m
---------------------------------	--------------	--------------------------

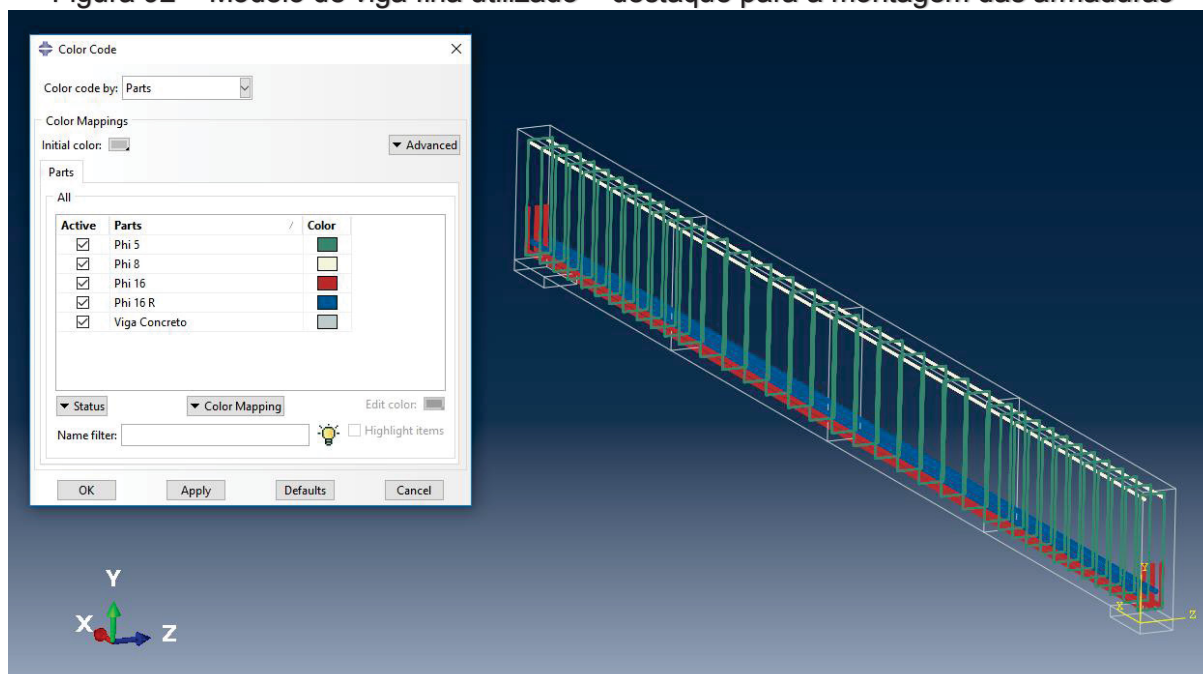
Fonte: Elaborado pelo autor.

5.1.1. Modelo 1 (Análise não-linear)

A modelagem da geometria da viga fina foi feita respeitando o dimensionamento do item anterior, com as armaduras discretizadas a partir da técnica “*Embedded Region*”. Para o concreto, foi utilizado o modelo constitutivo de dano já apresentado no item (4.3). Para o aço, o modelo constitutivo utilizado foi o apresentado no item (4.4) – diagrama bi linear com endurecimento após o escoamento.

Apresenta-se na Figura 92 uma vista isométrica do modelo desenvolvido dando destaque para todos os tipos de elementos que compõem a viga de concreto armado. Em azul e vermelho estão representados as armaduras longitudinais principais de diâmetro igual a 16 mm; em verde, estão representados os estribos de 5 mm distribuídos em três diferentes faixas (espaçamento menor próximo aos apoios) e em branco estão representados os porta estribos de 8 mm de diâmetro. O apoio esquerdo restringe o movimento da viga em todas as direções e o apoio direito possibilita que a viga se desloque apenas na direção de seu eixo principal (direção do eixo x) – fazendo com o que o problema seja isostático. Em nenhum dos apoios existe restrição a rotação.

Figura 92 – Modelo de viga fina utilizado – destaque para a montagem das armaduras



Fonte: Elaborado pelo autor.

A malha desta simulação foi gerada usando 9.544 elementos do tipo C3D8R para discretização do concreto e elementos do tipo “beam” para a discretização das armaduras – sendo eles 954 elementos para a armadura positiva, 310 elementos para o

porta estribos e 864 elementos para os estribos. Foi feito um estudo de malha para que esta fosse gerada de forma simétrica e estruturada, isto é, havendo compatibilidade nodal em todas as interfaces das partes que compõem a viga. Desta forma, é possível o uso de elementos isoparamétricos simétricos e com dimensões (arestas) médias próximas a 4 mm.

A carga de ruptura se deu no instante relativo à aplicação de uma carga distribuída de 67,64 kN/m – apresentando uma resistência cerca de 15% superior a capacidade última (58,8 kN/m) prevista para a armadura longitudinal adotada em uma verificação de flexão simples. Na tabela 8 um resumo das cargas citadas.

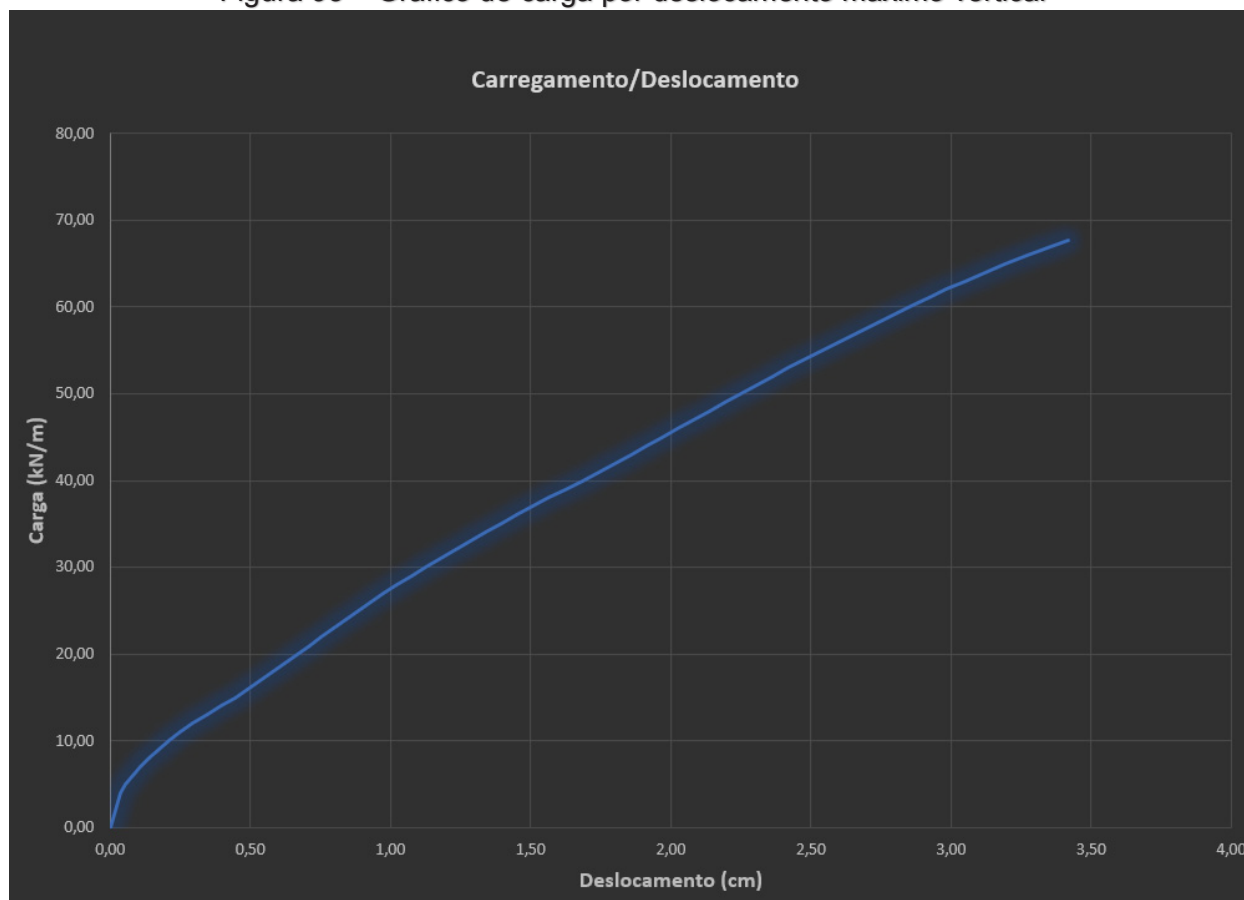
Tabela 8 – Carga de Dimensionamento X Carga de Ruptura

Carga de dimensionamento	Carga de ruptura do modelo
58,80 kN/m	67,64 kN/m

O deslocamento na face inferior central da peça está apresentado na Figura 93. No instante da ruptura do elemento o deslocamento está próximo a 3,45 cm, estando assim, fora dos limites de aceitação de serviço da NBR-6118 (2014) – este limite é o indicado pelo código para aceitabilidade visual em serviço (ELS-D), sendo o valor limite para esta verificação prescrito pela regra: Comprimento/250 (2,4 cm) – para carregamento de serviço.

Para a carga usada no dimensionamento inicial (50,00 kN/m) o deslocamento máximo ficou em 2,25 cm, muito próximo dos limites da NBR 6118 (2014). Cabe lembrar nestas análises que não está sendo considerado nenhum fenômeno relacionado a retração e a fluência do concreto, fatores que amplificam as deformações ao longo do tempo de vida da estrutura.

Figura 93 – Gráfico de carga por deslocamento máximo vertical

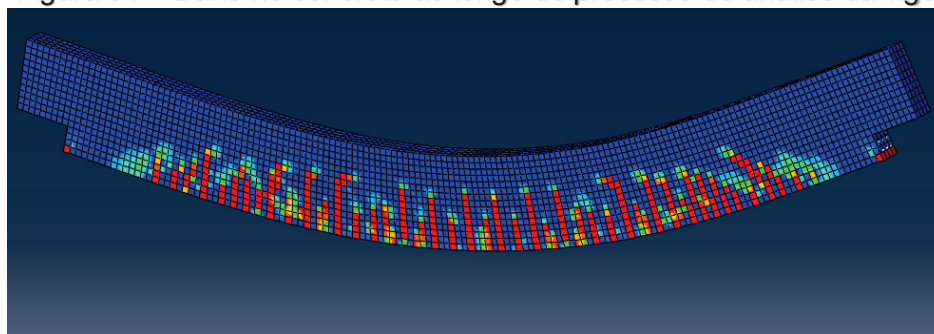


Fonte: Elaborado pelo autor.

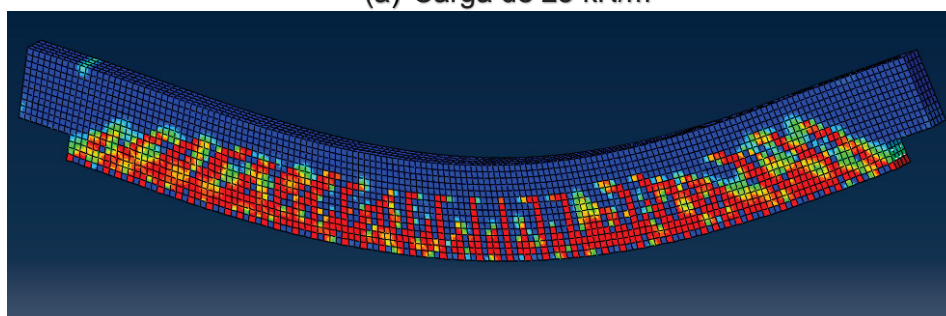
A Figura 94 mostra a evolução do dano à tração para três instantes do carregamento. Este parâmetro possibilita identificar o padrão de propagação das trincas e microfissuras distribuídas ao longo da viga. Fica evidente pelas imagens, a formação de fissuras de flexão (fissuras verticais) no centro inferior da viga onde o esforço está sendo redistribuído para a armadura e fissuras devido a força cortante (fissuras inclinadas a 45°) próximo as condições de contorno – regiões onde são colocados estribos para “costurar” estas trincas.

Esta danificação encontrada no modelo, apresentada na Figura 94, nem sempre é constatada visivelmente em elementos reais, pois elas ocorrem muitas vezes em níveis microscópicos (micro-fissuração) causando a redução de rigidez do concreto. Como no presente trabalho se está utilizando um modelo de dano distribuído, é possível prever o padrão de formação destas fissuras, mas não o local exato onde irão ocorrer as maiores trincas.

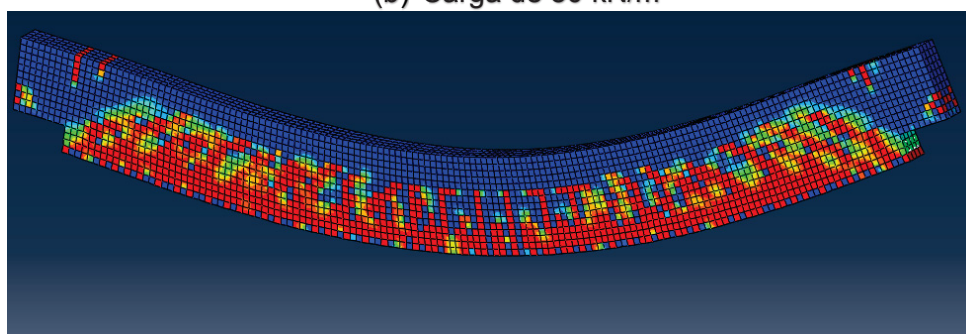
Figura 94 – Dano no concreto ao longo do processo de análise da viga



(a) Carga de 25 kN/m



(b) Carga de 50 kN/m



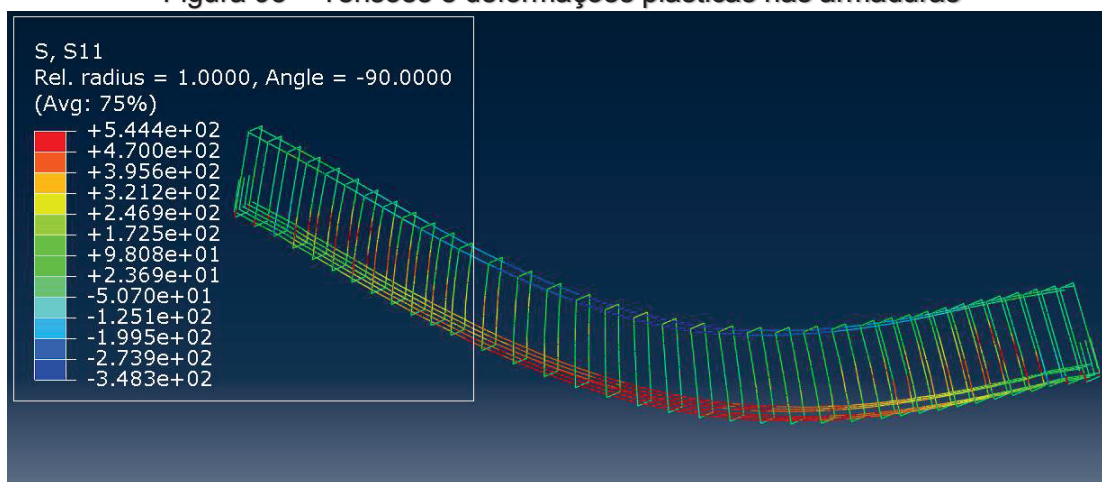
(c) Carga de 67,94 kN/m (ruptura)

Fonte: Elaborado pelo autor.

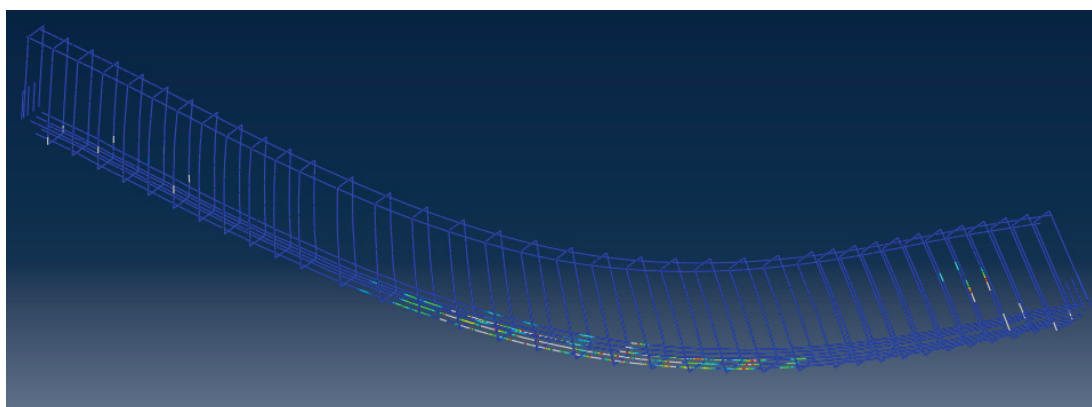
Na Figura 95 (a) estão ilustradas as tensões nas armaduras da viga para um instante anterior a carga de ruptura (67,94 kN/m). Pode-se observar que as barras positivas principais de 16 mm se encontram em escoamento e quase no limite da carga de ruptura do material. Também é possível visualizar que os estribos próximos aos apoios estão trabalhando em uma tensão de tração consideravelmente alta – suspendendo a carga das bielas – algumas seções também já dentro do regime plástico do aço. Os estribos no meio do vão estão com tensões muito baixas em relação à resistência do material – o que valida a decisão de usar um espaçamento maior para esta armadura nesta faixa da viga. O porta estribos estão em uma alta tensão de compressão, porém, isso pouco contribui com concreto no equilíbrio da peça, devido a sua pequena seção transversal.

Já na Figura 95 (b) é observado em detalhe todos os pontos da armação que se encontram em regime de plastificação. Os pontos em cor clara possuiriam deformações plásticas residuais, caso o carregamento fosse cessado. É possível perceber que as barras longitudinais positivas no centro da viga encontram-se quase no limite do seu regime plástico por conta da solicitação (momento fletor) imposta. Nos extremos da viga, algumas seções dos estribos (armaduras transversais) também estão trabalhando em seu limite plástico devido a elevada cortante que ocorre próximo aos apoios.

Figura 95 – Tensões e deformações plásticas nas armaduras



(a) Tensões no eixo principal das armaduras



(b) Deformações plásticas residuais

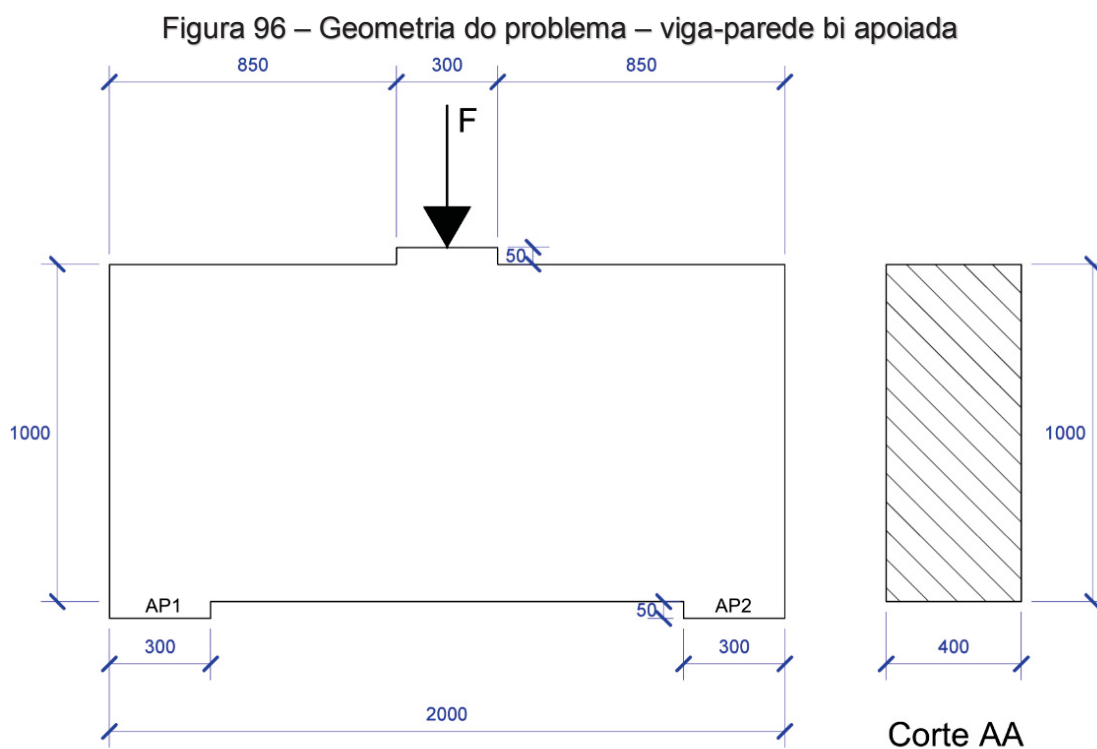
Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2. Viga-parede bi apoiada sujeita a carregamento simétrico

O segundo exemplo apresentado é baseado na viga-parede, estudada por Pantoja (2012) e retirada do ACI 318-05 (2005). Trata-se de uma viga-parede, simplesmente apoiada de seção retangular constante, com simetria em relação aos eixos principais e com carregamento centrado.

Neste tipo de estrutura, as hipóteses de Euller-Bernoulli-Navier não podem ser aplicadas devido a pequena relação entre vão e altura. Como se trata de uma “Região D” (Região de Descontinuidade) este elemento deve ser dimensionado através do Método das Bielas – como apresentado no terceiro capítulo. Relembrando, a escolha da configuração das escoras e dos tirantes depende da experiência do projetista e do seu entendimento em relação a distribuição dos esforços no interior da estrutura analisada. Serão empregadas diferentes taxas de armadura para uma das configurações de escoras e tirantes proposta por Pantoja (2012) e posteriormente, serão realizadas simulações não-lineares do problema para validar e discutir as configurações de armaduras adotadas em cada exemplo analisado.

Na Figura 96 encontram-se as dimensões geométricas utilizadas para modelar o problema. Os parâmetros dos materiais foram apresentados no capítulo anterior.

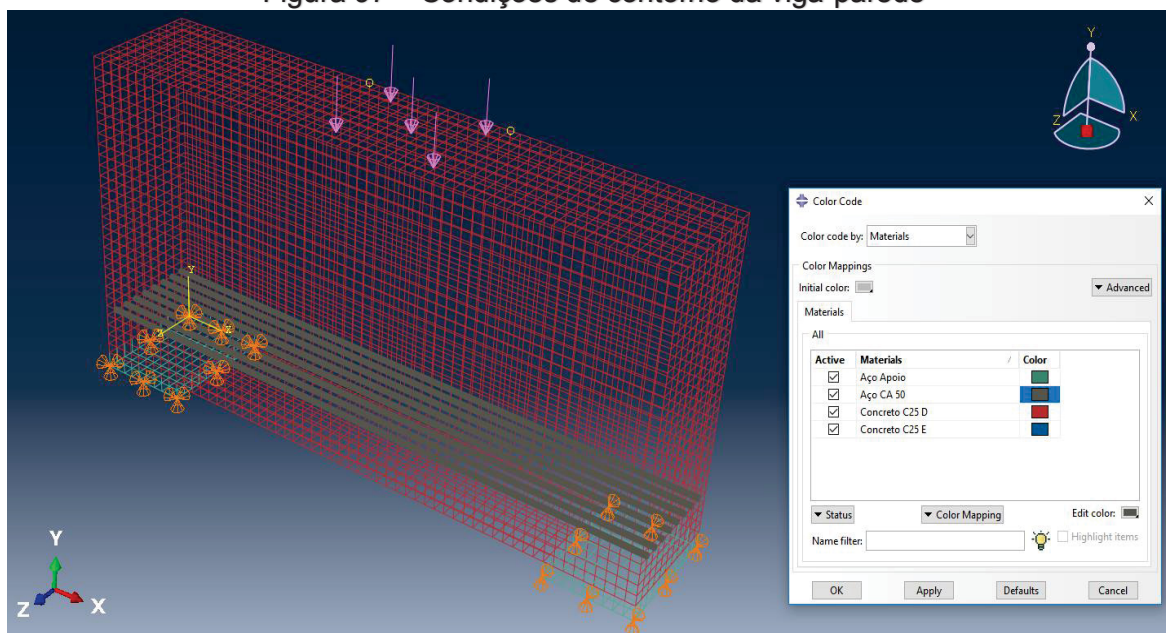


Fonte: Elaborado pelo autor.

A carga aplicada no centro do vão é do tipo “pressure” variando de 0 kN até a carga de ruptura do elemento – com exceção da análise linear que será usada para gerar um modelo inicial de escoras e tirantes (aplicando uma carga de 1.500 kN). O apoio esquerdo possui restrição de deslocamento em todas as direções ($u_x=u_y=u_z=0$), e o apoio direito possui somente restrição ao deslocamento em duas direções ($u_y=u_z=0$) – deixando o elemento livre para deslocamentos laterais em x.

Na Figura 97 está ilustrado um esquema contendo as condições de contorno, posição do carregamento aplicado, discretização da malha e as propriedades dos materiais para um dos modelos apresentados a seguir.

Figura 97 – Condições de contorno da viga-parede



Fonte: Elaborado pelo autor

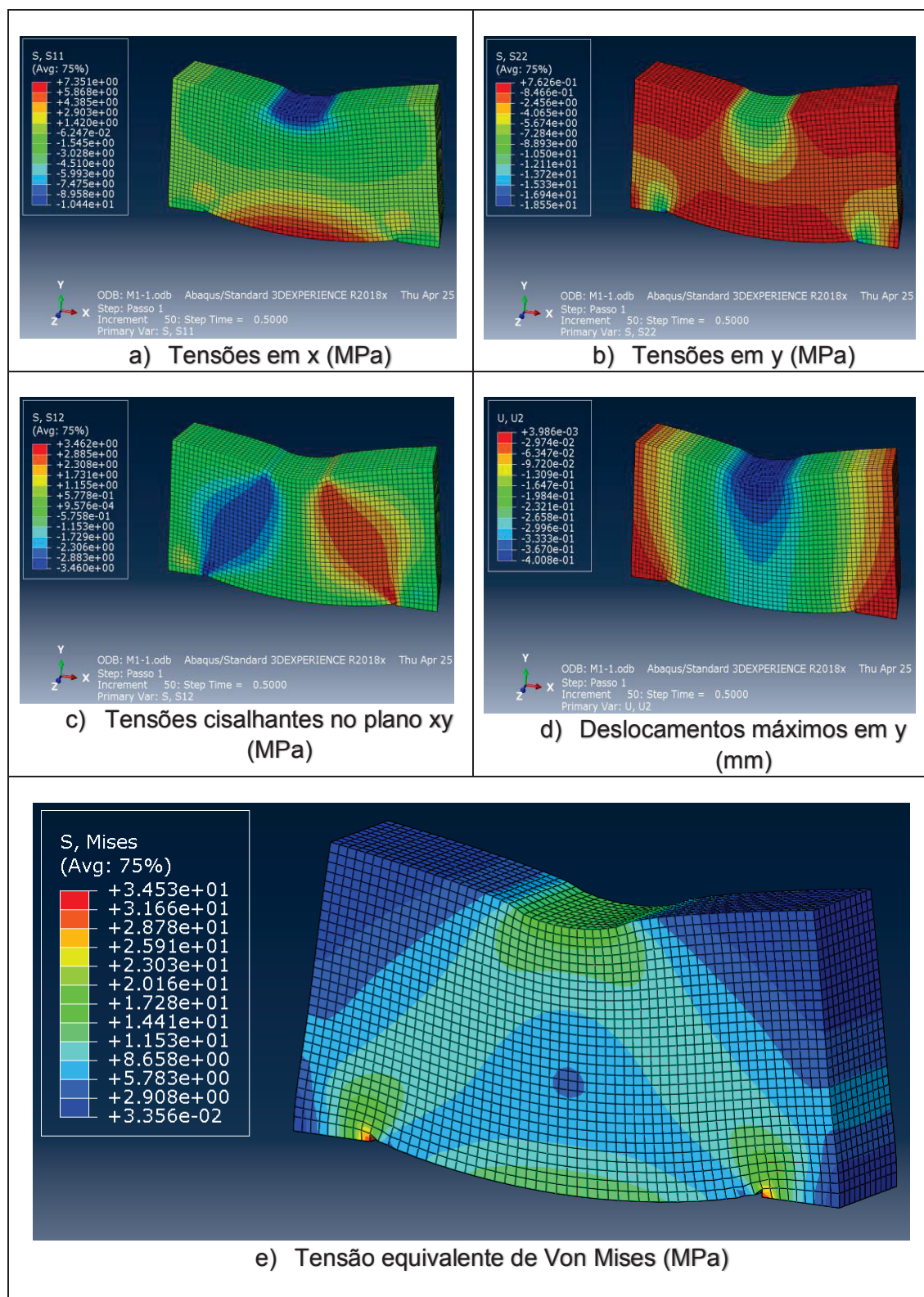
5.2.1. Modelo 1 (Análise elástica linear)

Em uma simulação inicial o carregamento aplicado corresponde a uma carga F no centro da viga-parede, de 1.500 kN – Pretende-se verificar como se dará a distribuição das tensões em uma análise linear (geralmente um dos métodos usados por projetistas para prever o posicionamento das escoras e tirantes durante o dimensionamento de “regiões D”). As características do concreto utilizadas neste modelo são as descritas no capítulo anterior para análises lineares.

A malha deste primeiro exemplo foi gerada com elementos hexaédricos do tipo C3D8R com dimensões médias em torno de 35 mm e, para o processamento, foram

gerados 18700 elementos finitos. Os resultados da simulação estão apresentados na Figura 98.

Figura 98 – Resultados do modelo elástico linear

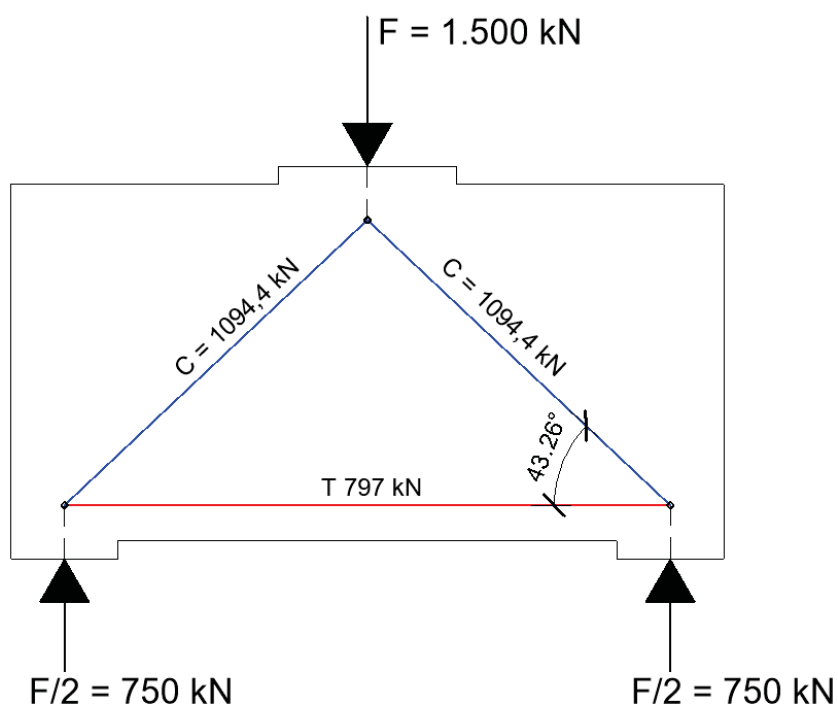


Fonte: Elaborada pelo autor.

Conforme se percebe na Figura 98 (e), fica claro qual o melhor posicionamento para os elementos de escoras e tirantes para o problema apresentado. Na figura 98 (c) é evidente a formação das bielas inclinadas de compressão partindo do ponto de aplicação da carga até o apoio; na figura 98 (a), se visualiza o banzo de tração na face inferior da viga aonde deverão ser locados os tirantes de aço. Na figura 98 (e) está apresentado o diagrama com a tensão equivalente de Von Mises que mostra como se propagam as tensões principais no interior da viga-parede.

Para a carga de 1.500 kN e para a tipologia mais simples de escoras e tirantes proposta por Pantoja (2012) (e também encontrada na análise linear apresentada ou pelo método do “*load path approach*”), será possível realizar o dimensionamento dos tirantes do elemento conforme ilustrado na Figura 99.

Figura 99 – Modelo 1 de bielas para viga-parede



Fonte: Elaborada pelo autor.

- Força inclinada na biela C:
 $C \times \cos(133,26^\circ) = 750 \text{ kN}$
 $C = 1094,4 \text{ kN}$
- Força no tirante T:
 $T = C \times \cos(136,74^\circ)$
 $T = 797 \text{ kN}$

- Armadura no tirante:

$$A_{s,p} = 797 \text{ (kN)} / 50 \text{ (kN/cm}^2\text{)} = 15,94 \text{ cm}^2$$

Solução adotada 8 barras de 16 mm (16,08 cm²)

- Armadura de pele:

$$A_{s,pele} = 0,001 \times A_c$$

$$A_{s,pele} = 0,001 \times 40 \times 100$$

$$A_{s,pele} = 4 \text{ cm}^2 / \text{m} / \text{face}$$

Solução adotada 8 barras de 8 mm por metro (4,02 cm²/m)

- Verificação da resistência das escoras junto ao topo do elemento (utilizando fórmulas propostas por Blevot e Fremy (1967) para calcular a área da biela):

$$\sigma_{topo}^{bie} = \frac{F_{topo}}{A_{topo} * \sin^2(\theta)} = \frac{750 \text{ kN}}{30(\text{cm}) * 40(\text{cm}) * \sin^2(43,26^\circ)} = 1,33 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{cd} = 0,85 * \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] * f_{cd} = 1,52 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{topo}^{bie} < F_{cd} - \text{OK! VERIFICADO!}$$

- Verificação da resistência das escoras junto à base do elemento (utilizando fórmulas propostas por Fusco (1995) para calcular a área da biela):

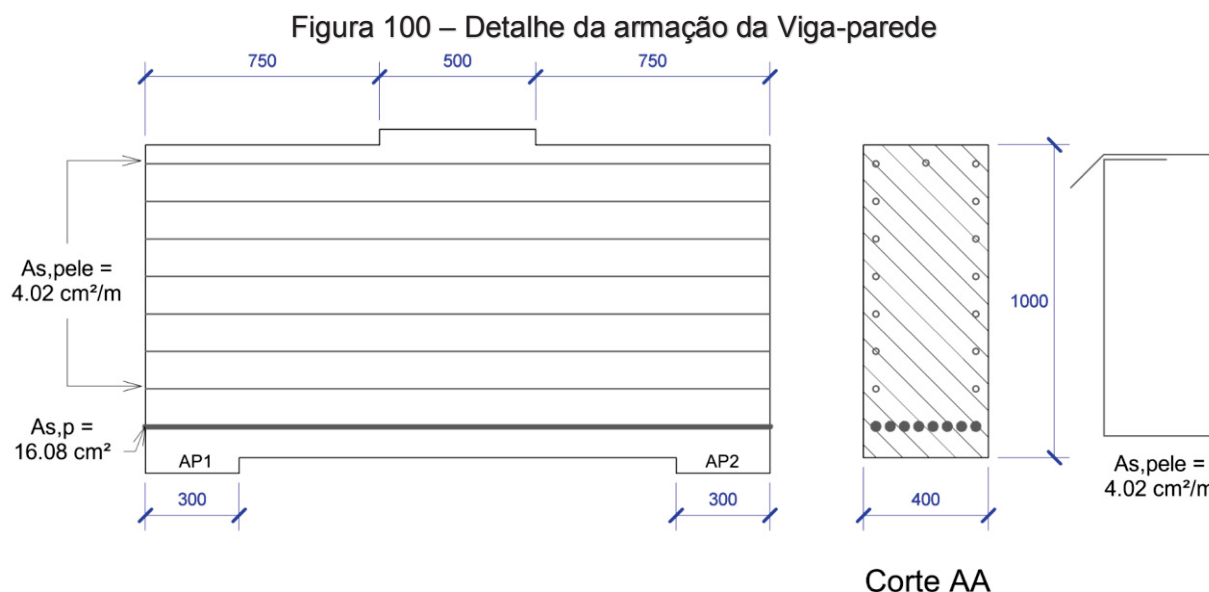
$$\sigma_{base}^{bie} = \frac{F_{base}}{A_{amp,base} * \sin^2(\theta)} = \frac{750 \text{ kN}}{(30(\text{cm}) * 1,2) * 40(\text{cm}) * \sin^2(43,26^\circ)} = 1,10 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{cd} = 0,72 * \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] * f_{cd} = 1,29 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{base}^{bie} < F_{cd} - \text{OK! VERIFICADO!}$$

A armadura de pele será usada tanto no sentido vertical como no horizontal. Salienta-se de que não foi feito o dimensionamento da armadura de suspensão para esta viga, pois como a carga é aplicada pela face superior, as bielas de compressão conduzem o carregamento diretamente até os apoios sem que seja necessária a suspensão desta carga.

Na Figura 100 é apresentado o detalhamento da armação desta viga-parede, usando métodos corriqueiros de dimensionamento de estruturas de concreto armado (Método das Bielas). Esse esquema apresentado será implementado no modelo 5 (item 5.2.5) para testar a resposta em serviço deste tipo de elemento.



Fonte: Elaborado pelo autor.

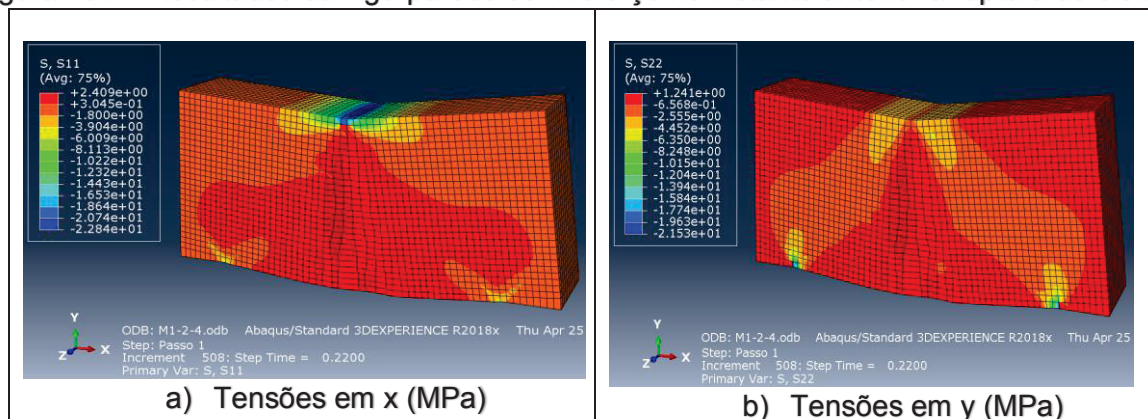
5.2.2. Modelo 2 (Análise não-linear)

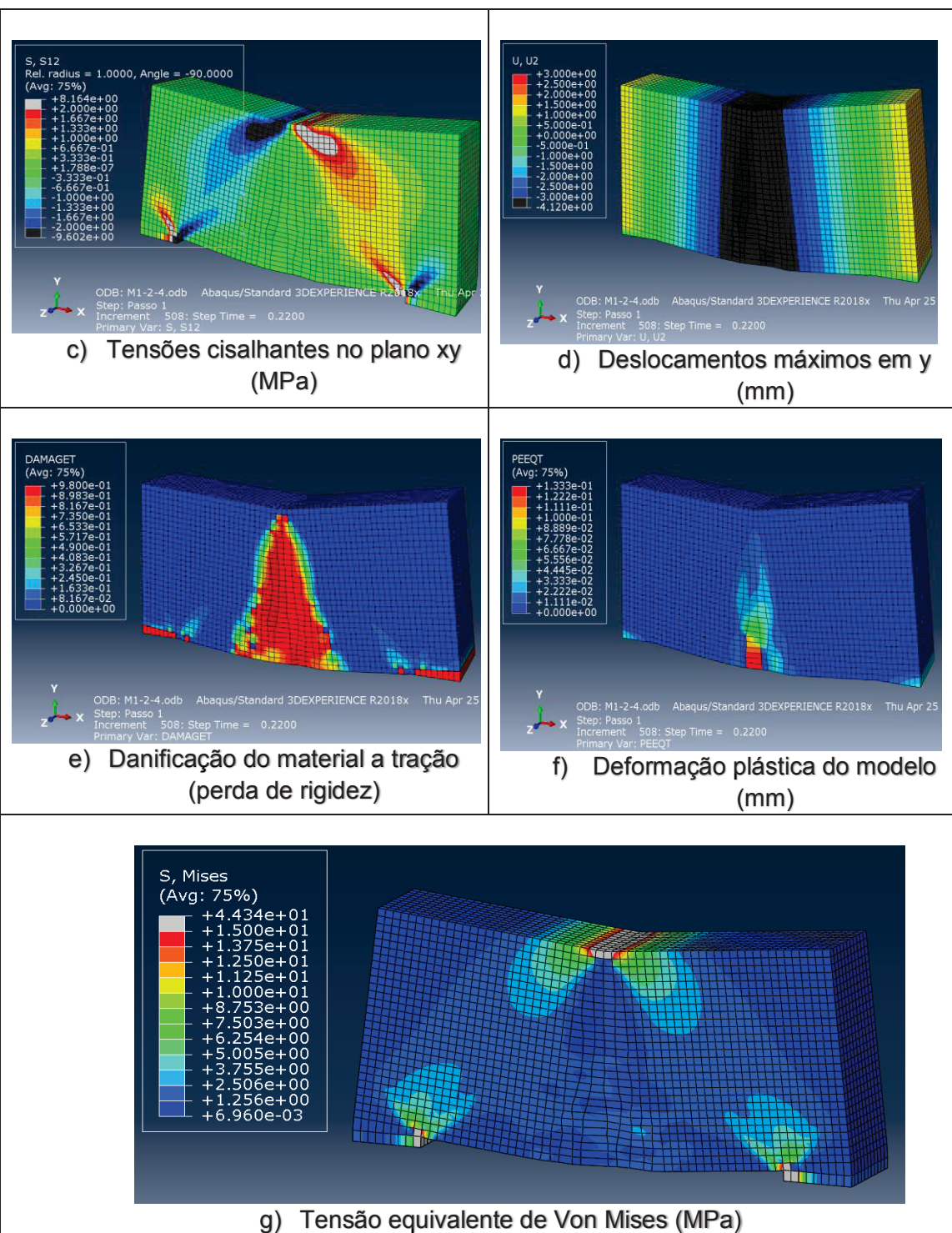
O segundo modelo proposto é da mesma viga-parede do exemplo anterior, construída com concreto simples (sem a presença de reforço de aço). O objetivo deste modelo é avaliar a capacidade de carga que a peça em concreto simples consegue suportar em uma situação real.

O material concreto usado na análise é o mesmo descrito no capítulo anterior para análises não-lineares levando-se em consideração a plastificação do concreto e a sua danificação por fissuração. O modelo usado foi discretizado utilizando 18700 elementos hexaédricos do tipo C3D8R com dimensões medias em torno de 35 mm.

Na Figura 101 são apresentados os resultados no instante anterior a ruptura – carga de 660 kN – para esta simulação proposta.

Figura 101 – Resultados da viga-parede sem reforço no instante anterior a ruptura do elemento





Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se neste modelo que a viga-parede resistiu cerca de 44% da carga última usada para o dimensionamento apresentado no item anterior, mesmo sem a presença de armadura na estrutura. O concreto tracionado, usualmente desconsiderado no dimensionamento, mostrou que apresenta uma contribuição significativa para o equilíbrio da peça.

Na Figura 101 (c) é possível identificar a formação de bielas do tipo garrafa – fazendo com que as tensões fiquem bem baixas e distribuídas no interior da viga-parede. No item (g) da figura 101, também é possível a visualização da formação deste tipo de biela, assim como as tensões principais no concreto – com destaque para as concentrações de tensões próximos a apoios e aplicações de cargas.

No item (e) está representado o concreto da viga-parede totalmente danificado pela solicitação imposta – isso ocorreu pela falta da presença das armaduras na peça, já que o concreto tende a suportar sozinho toda a tração que deveria estar nas barras de aço, e assim, o material acaba fissurando intensamente de forma abrupta.

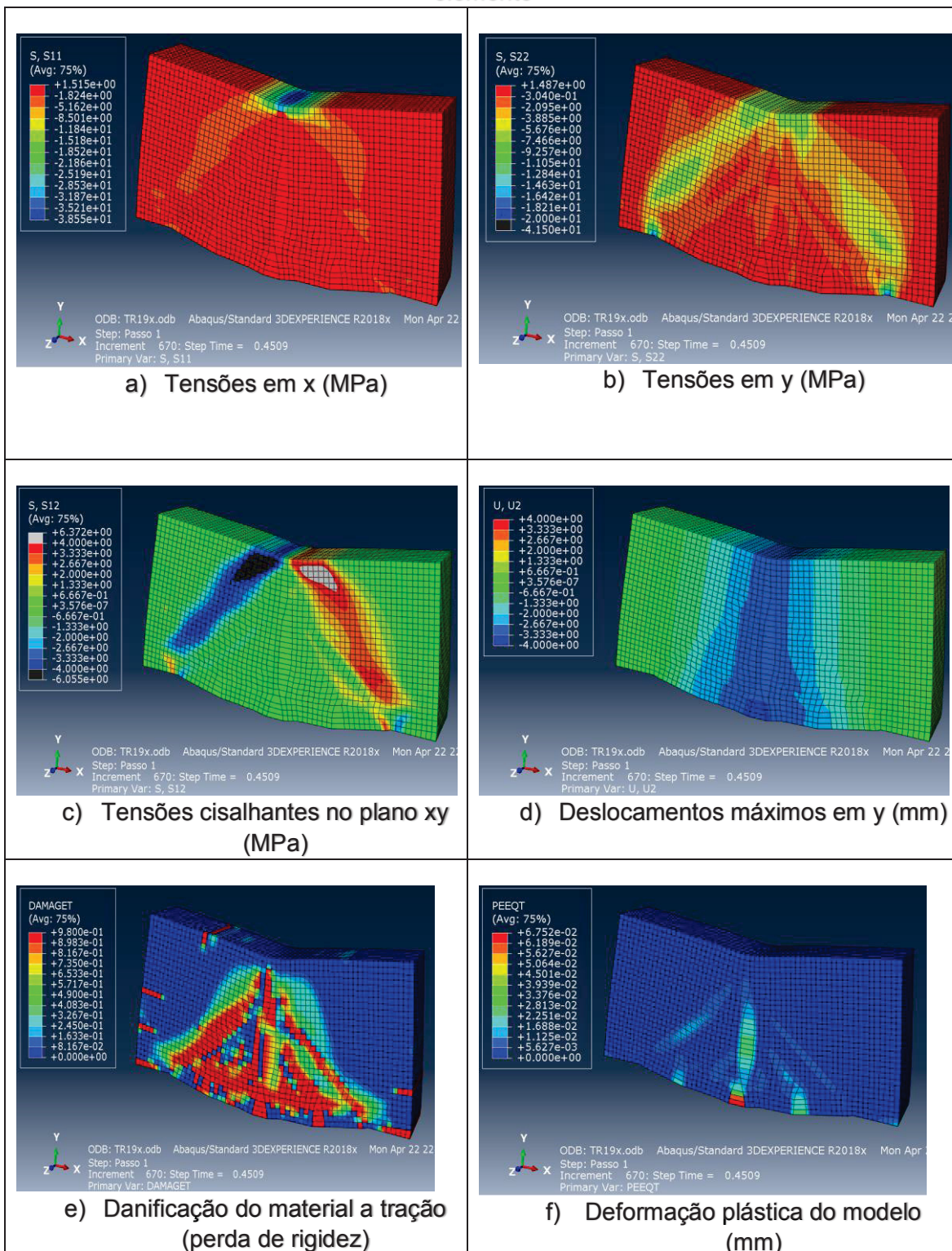
O deslocamento em y, antes da perda de equilíbrio da estrutura, chegou a 4,1 mm no centro da viga e foi possível verificar a formação de fissuras de flexão no centro da viga – Figura 101 (f).

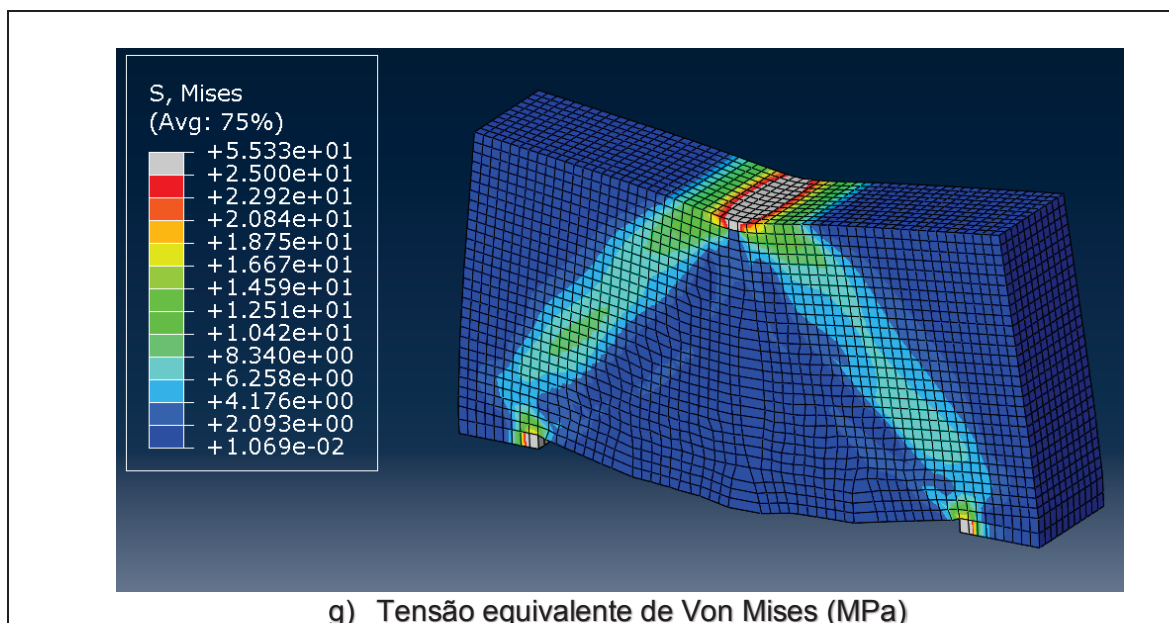
5.2.3. Modelo 3 (Análise não-linear)

O terceiro modelo proposto para este problema possui 50% da taxa de aço calculada para o tirante principal ($8,04 \text{ cm}^2$) e sem armaduras complementares (estribos verticais e horizontais).

O material concreto usado na análise é o mesmo descrito no capítulo anterior para análises não-lineares. O modelo usado foi discretizado, utilizando 18700 elementos hexaédricos do tipo C3D8R com dimensões médias em torno de 35 mm. O aço possui um modelo elasto-plástico (bi linear) e foi discretizado utilizando 228 elementos lineares do tipo “beam”, também com dimensões médias de 35 mm (deixando a malha estruturada em todos os pontos). Na Figura 102 estão ilustrados os resultados no instante anterior à ruptura – carga $F = 1353 \text{ kN}$ – para esta simulação proposta.

Figura 102 - Resultados da viga-parede com 50% de As,p no instante anterior a ruptura do elemento



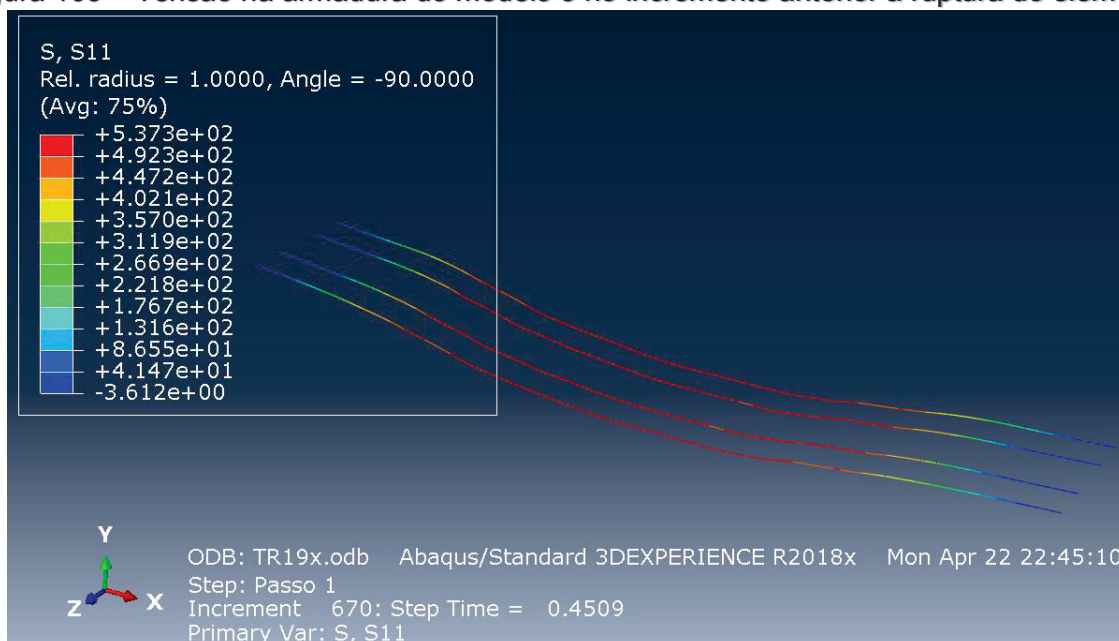


Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste exemplo pode-se observar que a viga resistiu a aproximadamente 90% da carga usada para o dimensionamento da peça, mesmo adotando apenas 50% da taxa de aço calculada. Isso se deve a diversos fatores, cita-se aqui o ganho de resistência do aço após o seu escoamento – como visto na Figura 103, o esforço normal da armadura está acima de seu limite de escoamento (500 MPa) – a contribuição do concreto à tração e a busca do equilíbrio da estrutura em uma configuração deformada (teoria do limite superior da elasticidade).

Estes são alguns fatores que não são levados em consideração durante o dimensionamento corrente de estruturas de concreto armado, mas como pode ser visto possuem influência no comportamento final da peça.

Figura 103 – Tensão na armadura do modelo 3 no incremento anterior a ruptura do elemento



Fonte: Elaborado pelo autor

Também é possível perceber a formação de fissuras devido aos esforços cortantes nos itens (e) e (f) da Figura 102 – inclinadas em relação ao eixo de simetria do elemento. Essa danificação ocorre nas regiões das bielas comprimidas devido ao esforço de tração transversal desta região. Também é possível notar que, por conta do reforço embutido no concreto, a danificação foi menor que a do modelo anterior no ELU da peça.

É possível observar no item (c) e (b) da Figura 102 o formato das bielas com o aumento do carregamento. Devido à baixa tensão nas bielas estas ainda trabalham em um formato prismático. No item (g) estão representadas as tensões de Von Mises – que indicam como se propagam as tensões principais no concreto.

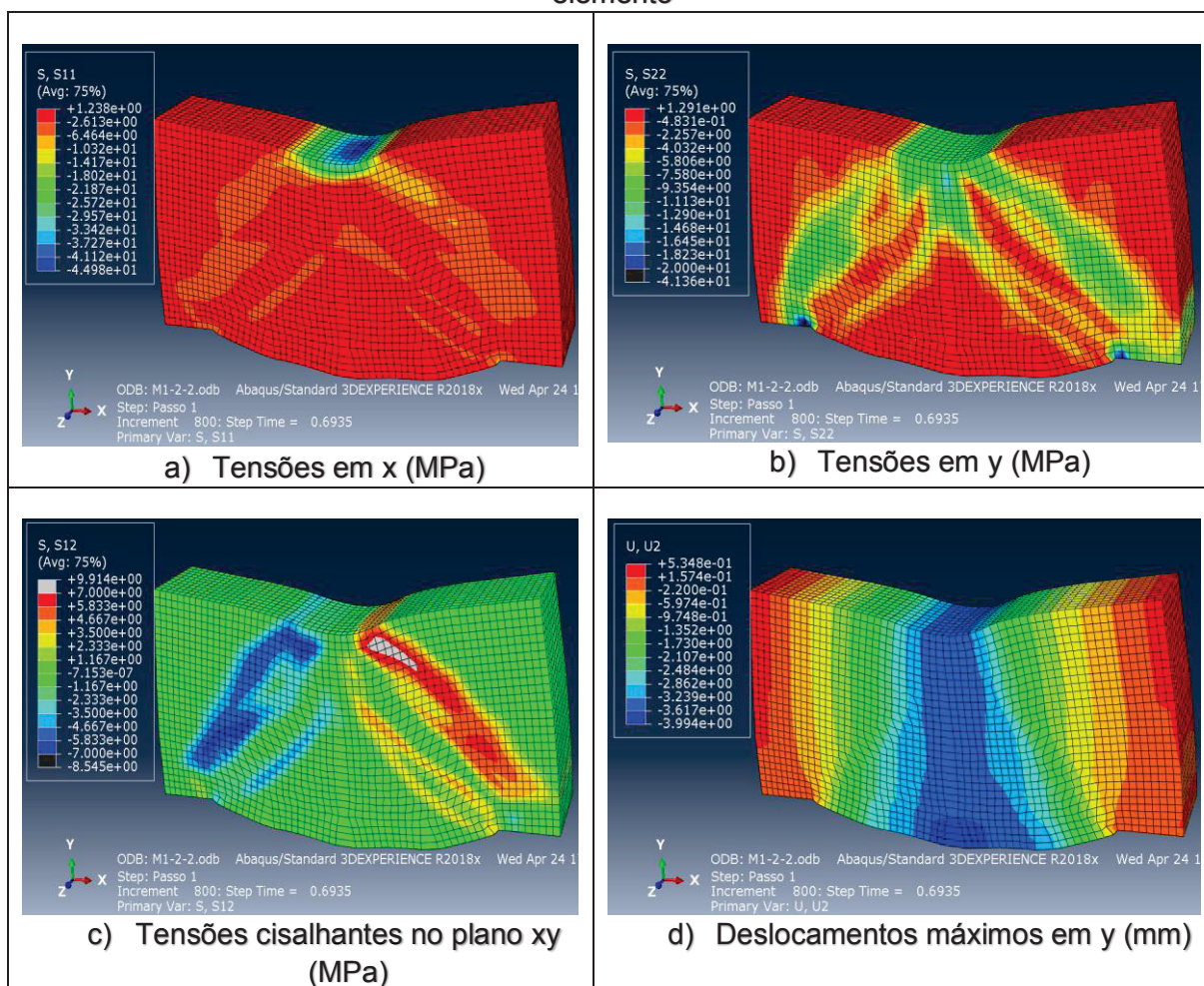
O deslocamento vertical em y, no centro da viga para o incremento anterior ao colapso, ficou na faixa de 4 mm – um pouco abaixo do modelo anterior. Essa melhor resposta ao deslocamento, também é influência da presença de armadura no elemento.

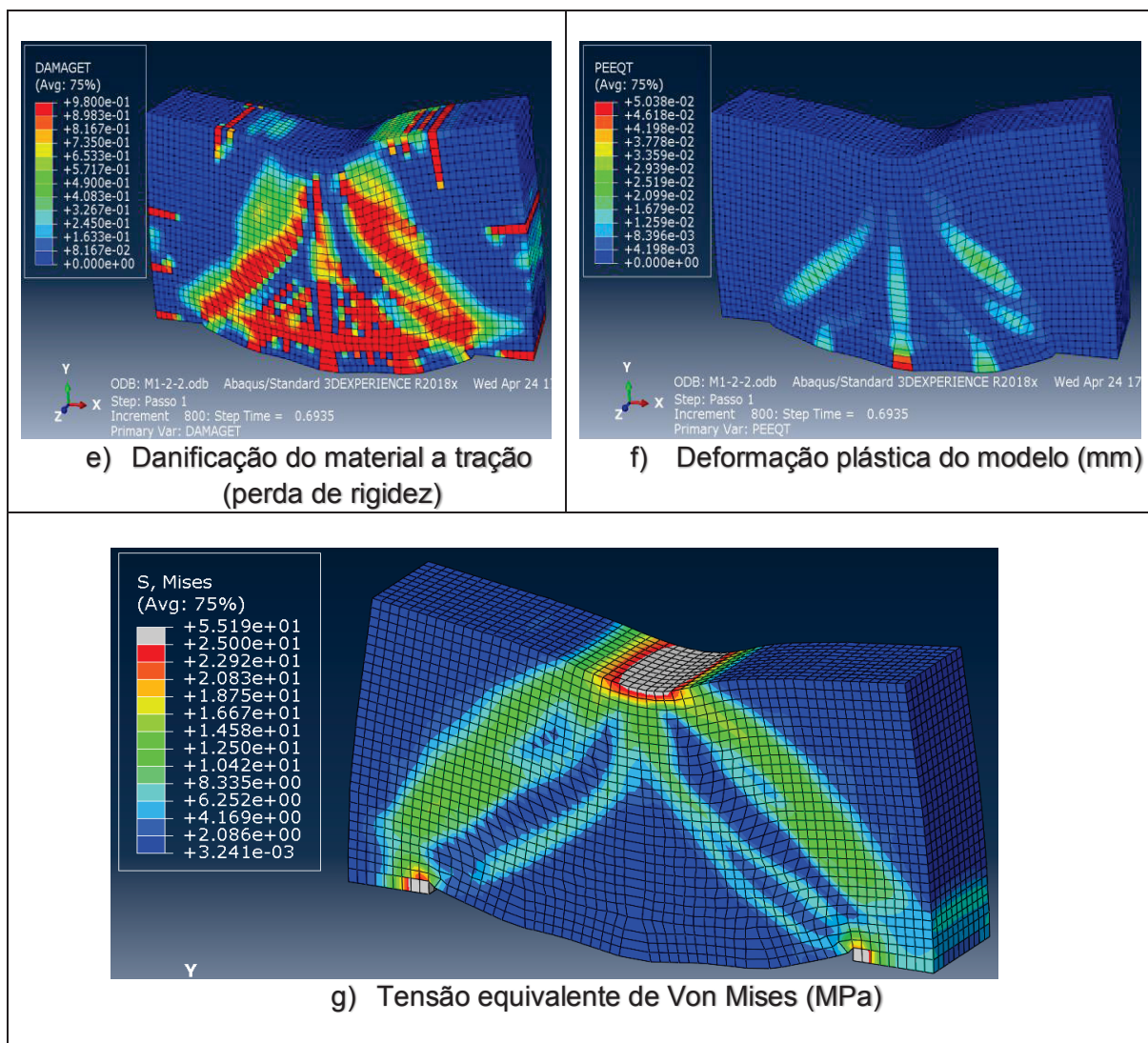
5.2.4. Modelo 4 (Análise não-linear)

O quarto modelo proposto é da mesma viga-parede com 100% da taxa de aço necessária para o tirante principal ($16,08 \text{ cm}^2$), conforme foi apresentado no dimensionamento no item 5.2.1. No exemplo atual, ainda não se consideram as armaduras complementares (estribos verticais e horizontais).

Na Figura 104 estão ilustrados os resultados no instante anterior à ruptura – carga $F = 2080,5 \text{ kN}$ – para esta simulação proposta. As condições de contorno, carregamento e discretização deste modelo podem ser conferidos na Figura 97.

Figura 104 – Resultados da viga-parede com 100% de $A_{s,p}$ no instante anterior a ruptura do elemento





Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste modelo, é evidente o início do alargamento das bielas de compressão para o instante de colapso. Como a viga-parede, neste modelo, não rompe prematuramente por falta de armadura no tirante principal, as bielas de compressão atingem tensões maiores que nos exemplos anteriores. Nos itens (b) e (c) da Figura 104 é possível visualizar o comportamento citado. No item (g) mostra-se a tensão de Von Mises para a peça no Estado limite Último – aqui, é possível identificar a dispersão das tensões de compressão por conta da danificação nas bielas e redistribuição dos esforços.

A carga de ruptura ocorreu com 2080,5 kN – carga 40% superior para a qual a viga fora dimensionada – alguns dos principais fatores que contribuem para este aumento da capacidade de carga já foram discutidos para o modelo anterior.

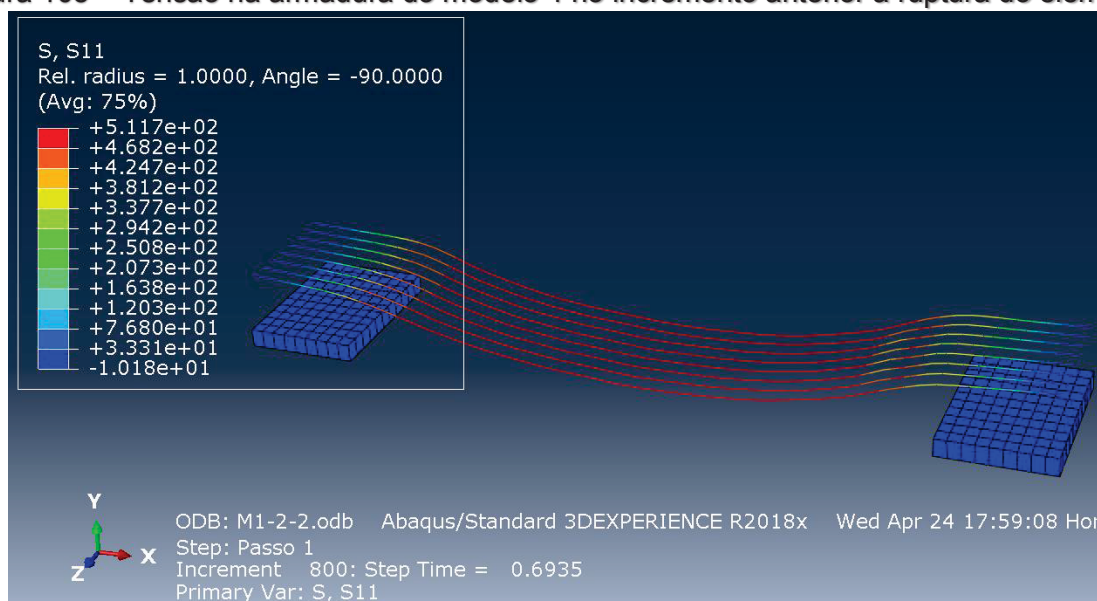
Neste modelo, observa-se de forma bem definida, a previsão da formação das fissuras de cisalhamento e de flexão no item (f) da Figura 104, assim como perceber a degradação da rigidez das bielas de compressão por conta da danificação destes

elementos– item (e) da Figura 104 – a mancha vermelha no interior das bielas inclinadas mostra o local provável para o aparecimento de fissuras e trincas. Vale lembrar que sempre que ocorre danificação no concreto, há também o aparecimento de trincas e fissuras – portanto o parâmetro de dano pode ser usado para identificar em quais pontos irão surgir fissuras nos elementos.

O deslocamento em y máximo no centro da viga-parede se manteve próximo de 4 mm no momento da ruptura – porém, para uma carga última cerca de 40% maior que o modelo anterior - Figura 104 (d). Isso ilustra a influência que tem o aço no comportamento em serviço da peça. A quantidade de armadura influencia, significativamente na análise de deformações, fato esse, pouco levado em consideração nas práticas correntes de dimensionamento.

Já a armadura longitudinal passou do seu limite de escoamento e chegou até a tensão de 511 MPa no momento de perda de equilíbrio do elemento - Figura 105.

Figura 105 – Tensão na armadura do modelo 4 no incremento anterior a ruptura do elemento



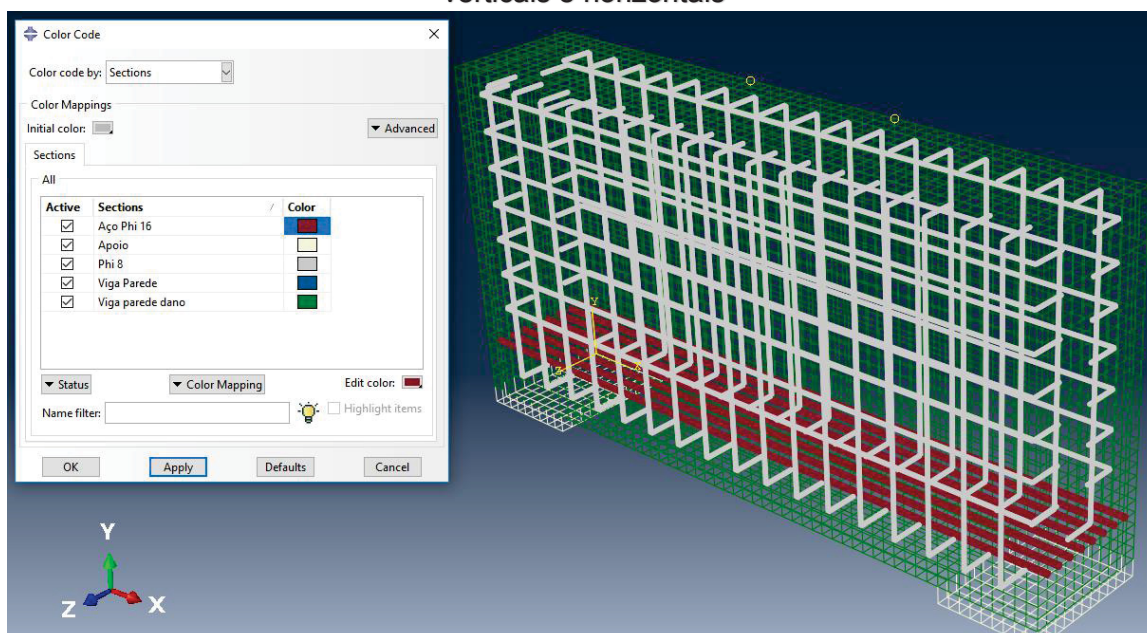
Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2.5. Modelo 5 (Análise não-linear)

Neste último modelo será feita a simulação da viga-parede, exatamente como ela foi dimensionada no começo deste exemplo pelo Método das Bielas, isso é, a armadura longitudinal será composta com barras de $16,08 \text{ cm}^2$ de seção transversal, e serão consideradas também as armaduras complementares de $4 \text{ cm}^2/\text{m}$ verticais e horizontais calculadas segundo a NBR 6118 (2014). A Modelagem das armaduras foi feita como está esquematizado na Figura 100 e a perspectiva isométrica do modelo das armaduras pode ser visto na Figura 106.

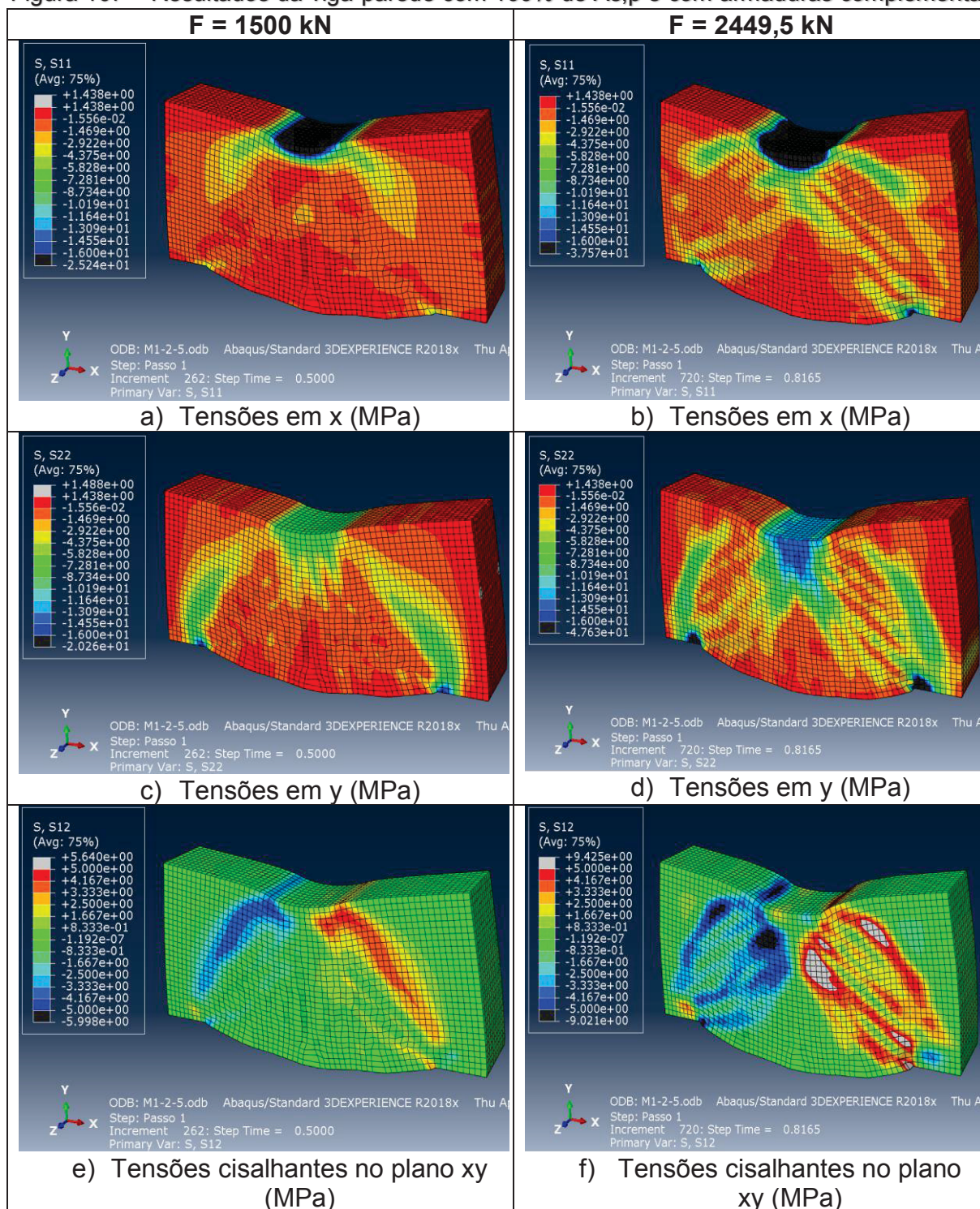
As condições de contorno deste modelo estão apresentadas na Figura 97.

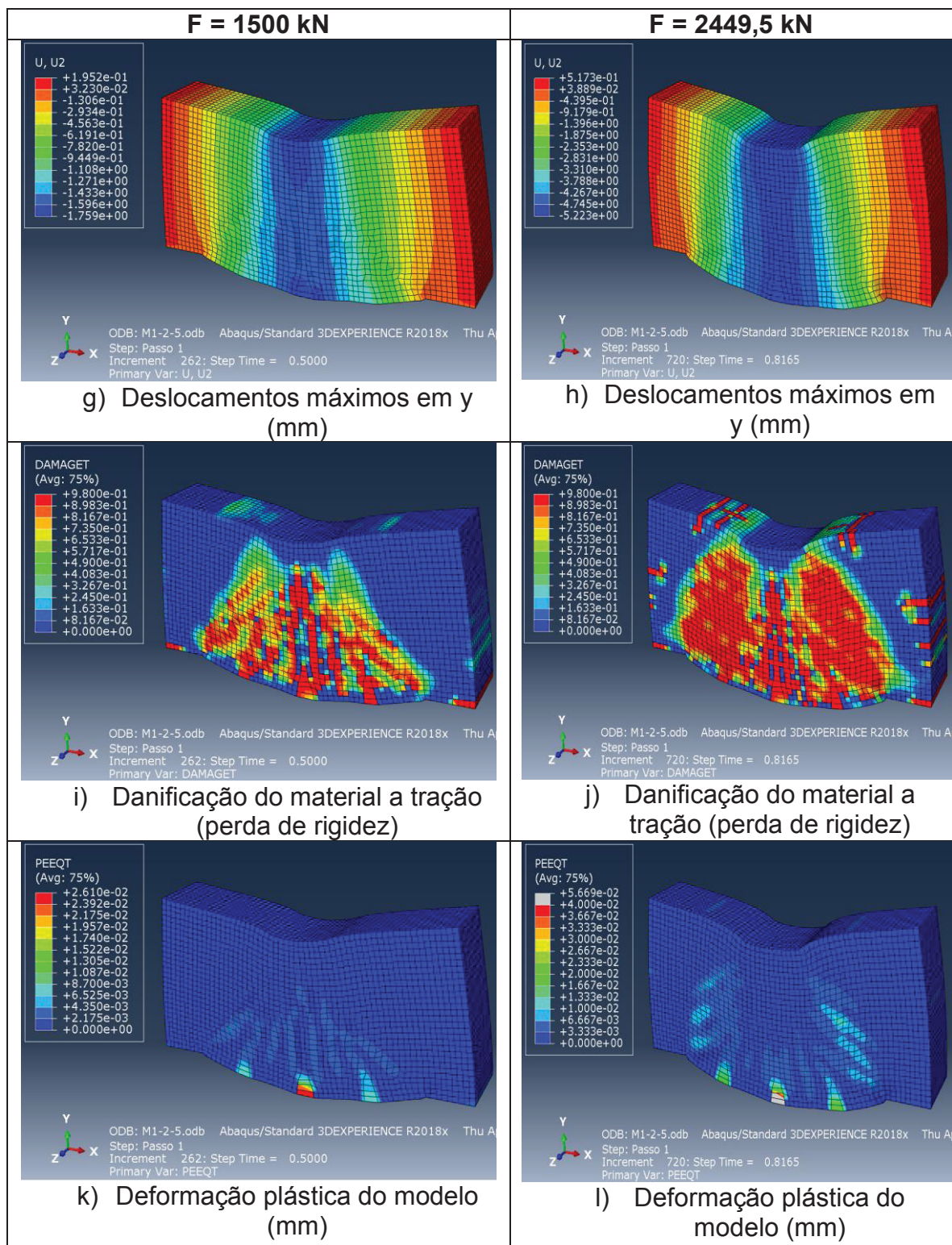
Figura 106 – Perspectiva das armaduras do Modelo 5 com tirantes e armaduras de pele verticais e horizontais

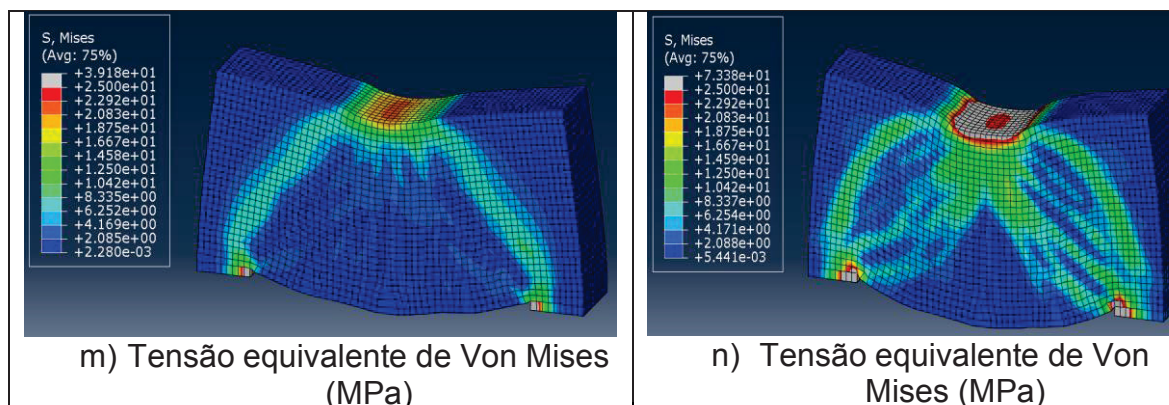


Fonte: Elaborado pelo autor.

Para este exemplo, serão apresentados os resultados para o elemento em dois estágios da simulação. O primeiro corresponde a uma carga para a qual a viga foi dimensionada (1500 kN) e o segundo para a carga última de ruptura (2449,5 kN) conforme foi feito nos outros modelos.

Figura 107 – Resultados da viga-parede com 100% de $A_{s,p}$ e com armaduras complementares





Fonte: Elaborado pelo autor.

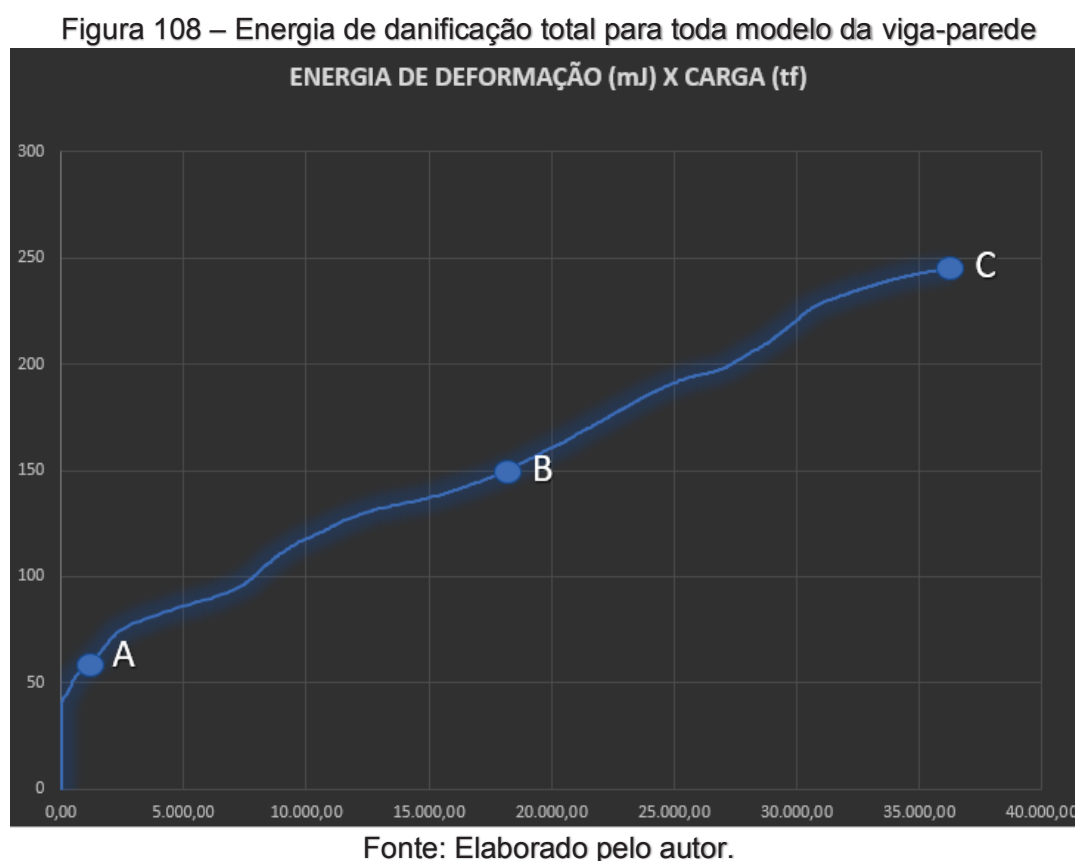
Este modelo ajuda a entender como uma viga-parede usual trabalha em serviço e como acontecem os mecanismos de falha e de distribuição de esforços dentro deste elemento. Observou-se um ganho de cerca de 17,7% na resistência última da peça, quando comparado ao modelo anterior – a carga de colapso aumentou de 2080,5 kN para 2449,5 kN – justamente por conta da presença das armaduras complementares no interior do elemento. As armaduras de pele, mesmo sendo armaduras meramente construtivas (não dependem dos esforços solicitantes), auxiliam na rigidez da peça, aumentando a sua ductilidade e resistência final.

Nos itens (m) e (n) da Figura 107 é possível visualizar como se distribuem as tensões principais na viga-parede para os dois estágios estudados neste experimento. É possível constatar que, para a carga para a qual a peça foi dimensionada, as tensões se encontram concentradas nas bielas em formato de prisma. Já no estágio apresentado no item (n), as tensões nas bielas encontram-se muito dispersas por conta da danificação (fissuração) do interior da peça.

Comparando a resposta do elemento em dois estágios do carregamento na Figura 107, percebe-se a danificação ocorrendo nas bielas de compressão nos itens (a) ao (f), onde para a carga de 1500 kN, a biela encontra-se quase totalmente íntegra (em formato prismático), enquanto para a carga de 2449,5 kN a biela encontra-se, visivelmente danificada devido a tensões de tração transversais na mesma. Neste segundo ponto, as tensões de compressão encontram-se dispersas em uma área muito maior do elemento, por causa das fissuras inclinadas que surgiram devido à alta tensão ortogonal nas bielas.

A energia média de danificação (em mJ ou J^{-3}), referente a todo o modelo durante o carregamento, está ilustrada na Figura 108. Pode-se perceber que a danificação começa a ocorrer de forma mais significativa no ponto A quando a carga chega a 44%

da carga para a qual a peça foi dimensionada, ou seja, as micro-fissuras começam a aparecer quando a solicitação chega próximo a 660 kN. O ponto B indica a danificação quando o carregamento é igual a 1500 kN. Para esta carga (usada no dimensionamento) o elemento já se encontra com níveis de fissuração (deformação plástica) consideráveis. O ponto C indica o momento de colapso do elemento, momento em que a solicitação externa alcança 2449,5 kN.



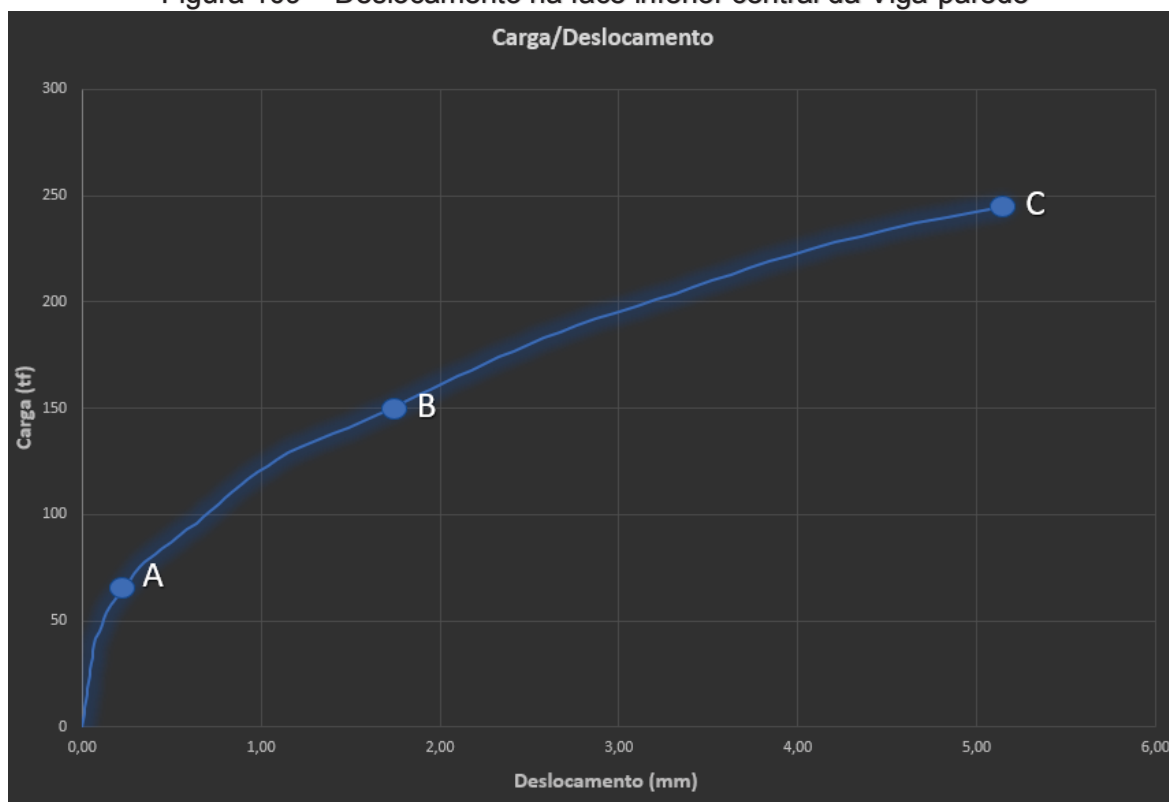
Nos itens (i) e (j) da Figura 107 é possível visualizar a evolução da danificação da viga-parede. Destaca-se o fato que próximo da perda de equilíbrio do elemento, este encontra-se completamente danificado tanto nas regiões das bielas de compressão quanto no local onde está o tirante principal. Nos itens (k) e (l) é possível visualizar a previsão da formação de deformações plásticas mais acentuadas (trincas visíveis) tanto na região de máximo esforço de tração (nos tirantes principais) quanto no sentido das bielas de compressão (trincas devido ao alto esforço de tração que ocorre perpendicularmente a compressão das bielas).

O deslocamento total em y, no ponto central e inferior da viga-parede durante todo o carregamento, está apresentado na Figura 109. Percebe-se um aumento na taxa de crescimento do deslocamento na medida em que se aumenta carregamento. Isso

acontece devido ao aumento da danificação e, conseqüentemente, da perda de rigidez da estrutura. O deslocamento da peça, no instante onde se inicia de forma mais acentuada o processo de danificação do modelo, está indicado no ponto A e tem o valor de 0,18 mm – neste ponto é possível dizer que quase não existem deformações plásticas na peça. É interessante observar que foi para uma carga desta magnitude que o modelo 1 (Viga-parede sem reforço estrutural) rompeu.

O ponto B da Figura 109 refere-se ao deslocamento de 1,76 mm no instante que o carregamento atinge as 1500 kN, já no ponto C, no instante anterior ao colapso da estrutura (aproximadamente 2449,5 kN), o deslocamento encontra-se próximo de 5,1 mm.

Figura 109 – Deslocamento na face inferior central da Viga-parede

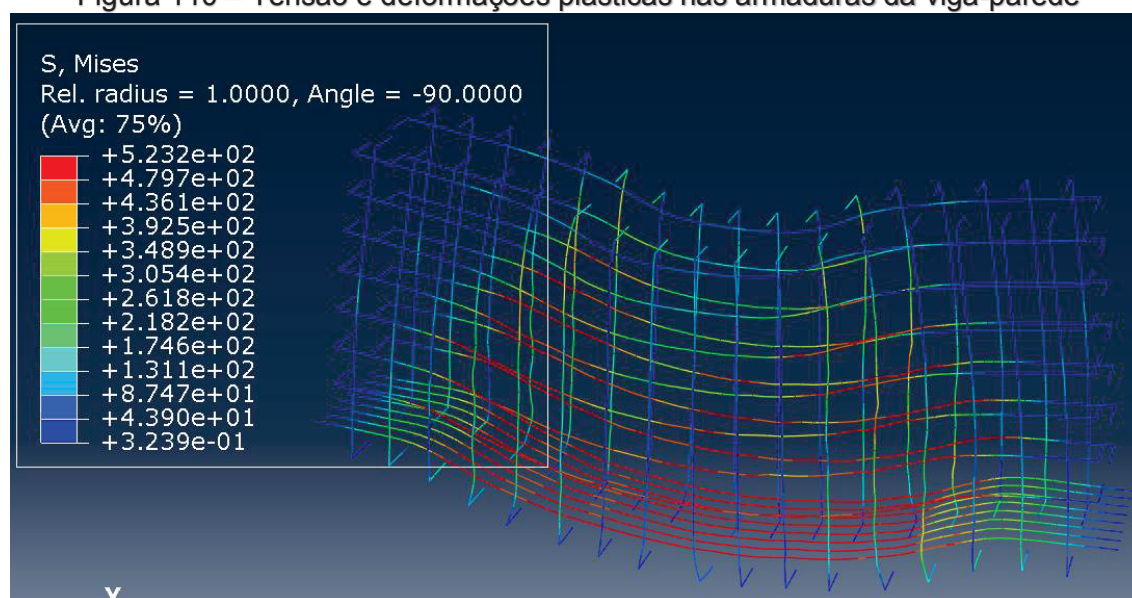


Fonte: Elaborado pelo autor.

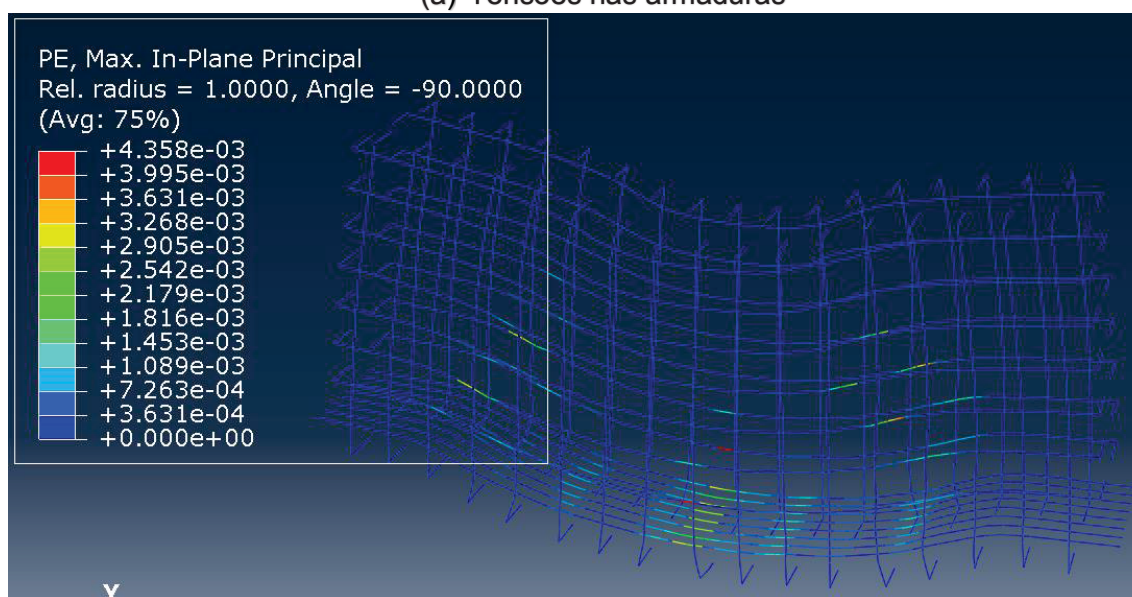
É possível notar na Figura 110, que tanto o tirante principal quanto algumas barras horizontais da armadura complementar, encontram-se acima do limite de escoamento no instante anterior da ruptura. No item (b) da Figura 110 – deformações plásticas – estão representados todos os pontos onde a armadura já escoou, ou seja, aonde ela está trabalhando com tensões superiores a 500 MPa. No item (a) apresentam-se as tensões em todos os pontos do reforço estrutural, sendo que as armaduras que mais contribuíram para o equilíbrio da peça são as localizadas próximas das bielas de

compressão e as posicionadas na região de tração (tirante principal da peça). Compreende-se, portanto, que a armadura de pele localizada próxima as bielas de compressão auxiliam no combate aos esforços de fendilhamento destas regiões, gerando uma espécie de confinamento das bielas – aumentando assim, sua resistência e ductilidade. Os estribos horizontais (mesmo possuindo seções bem inferiores às do tirante principal) auxiliam no combate a tração que ocorre próximo a face inferior da viga-parede. Todos estes fatores combinados, contribuem para o ganho da capacidade de carga do elemento.

Figura 110 – Tensão e deformações plásticas nas armaduras da viga-parede



(a) Tensões nas armaduras



(b) Deformações plásticas

Fonte: Elaborado pelo autor.

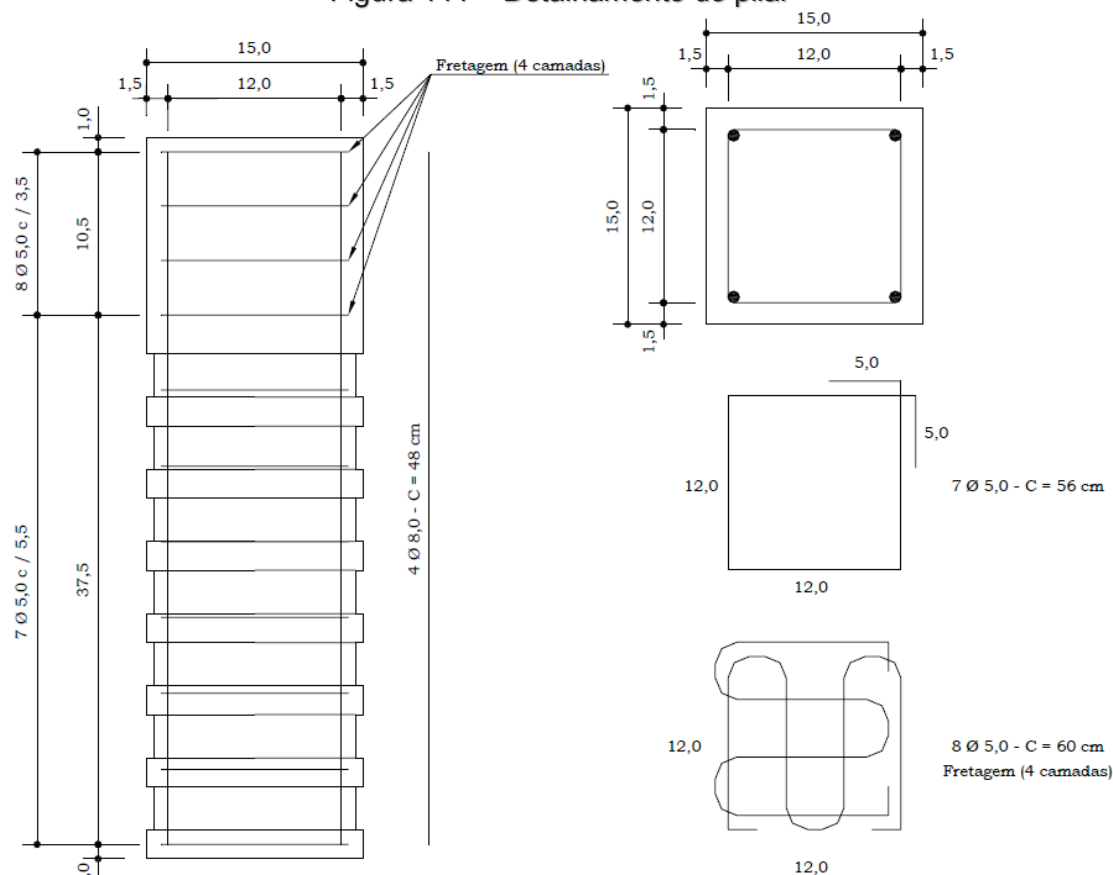
Não é possível indicar um fator como o único responsável pelo colapso do elemento, já que a ruptura de uma estrutura de concreto armado não ocorre, geralmente, por falhas pontuais na peça. O que se pode afirmar, observando os resultados, é que no momento da perda de equilíbrio final, os tirantes principais estavam na eminência de ruptura, já que estas barras estavam trabalhando em uma tensão de aproximadamente 530 MPa – Figura 110 (a) – e as bielas já se encontravam em uma situação de severa danificação – Figura 107 (j).

5.3. Bloco sobre duas estacas

A terceira simulação apresentada neste trabalho é baseada em investigações experimentais desenvolvidas por Campos (2007). Em sua dissertação de mestrado, Campos (2007) ensaiou três blocos pré-moldados com geometrias similares (variando apenas a altura dos colarinhos destes). Dentre os ensaios experimentais realizados, decidiu-se construir computacionalmente um destes modelos desenvolvido por Campos (2007). O concreto utilizado nestes ensaios experimentais apresentou um $f_{ctm} = 25,6$ MPa para uma idade de 46 dias, o que caracteriza uma resistência muito similar ao modelo constitutivo desenvolvido e apresentado nos problemas anteriores.

Em seu trabalho, Campos apresenta detalhadamente como foram dimensionados todos os elementos que compõe a peça ensaiada (pilar, colarinho e a base do bloco). O pilar foi dimensionado com o auxílio de tabelas clássicas, utilizadas para flexão composta desenvolvidas por Araújo (2003) – sendo colocadas 4 barras longitudinais de 8 mm de diâmetro. Para as armaduras transversais foram adotados estribos de 5 mm a cada 5.5 centímetros.

Figura 111 – Detalhamento do pilar



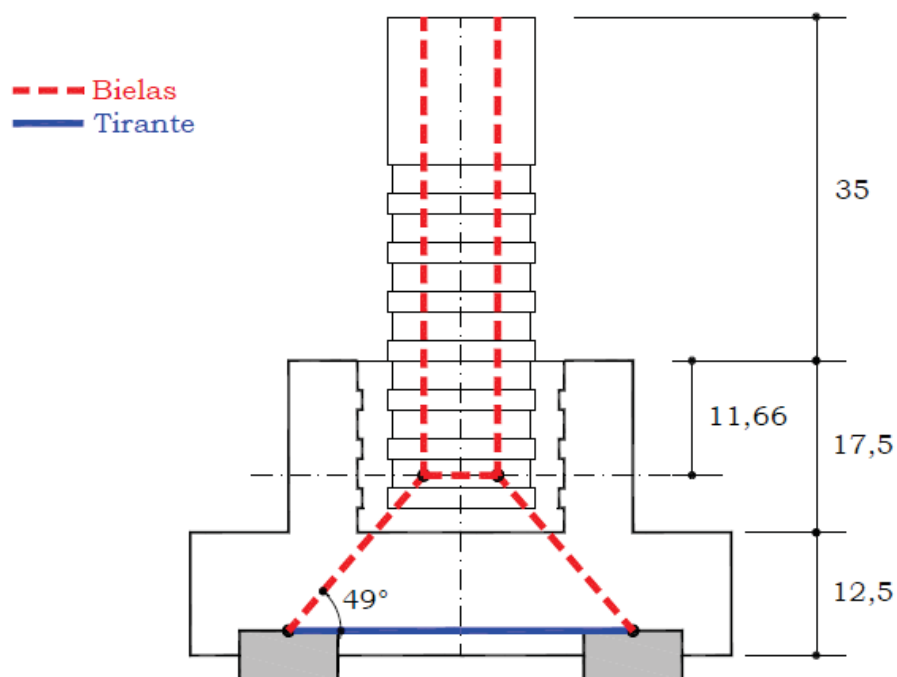
Fonte: (Campos, 2007)

Na cabeça dos pilares, ainda foi colocada uma armadura de fretagem, composta por barras de 5 mm e disposta em 4 camadas, com o objetivo de absorver as elevadas tensões devido a intensidade da carga aplicada. Na Figura 111, temos o detalhamento apresentado por Campos (2007).

Os tirantes na base do bloco foram dimensionados a partir de um modelo de escoras e tirantes desenvolvido pelo autor, a partir de diversas recomendações feitas por Melo (2004). Na Figura 112 é possível visualizar o esquema do modelo usado.

Campos (2007) explica que como o maior interesse de seus experimentos é em avaliar o comportamento geral do bloco, com ênfase nos tirantes da base deste, optou-se por realizar a aplicação da carga de forma centrada, isto é, sem parcelas de momento fletor e força cortante importantes. Desta forma, no dimensionamento do colarinho foi utilizado apenas o momento mínimo de 1º ordem prescrito pela NBR 6118 (2014). No colarinho foram utilizados 4 estribos de 5 mm de diâmetros espaçados a cada 6,5 centímetros conforme apresentado na Figura 113.

Figura 112 – Modelo de Escoras e tirantes utilizado por Campos (2007)



Fonte: (Campos, 2007)

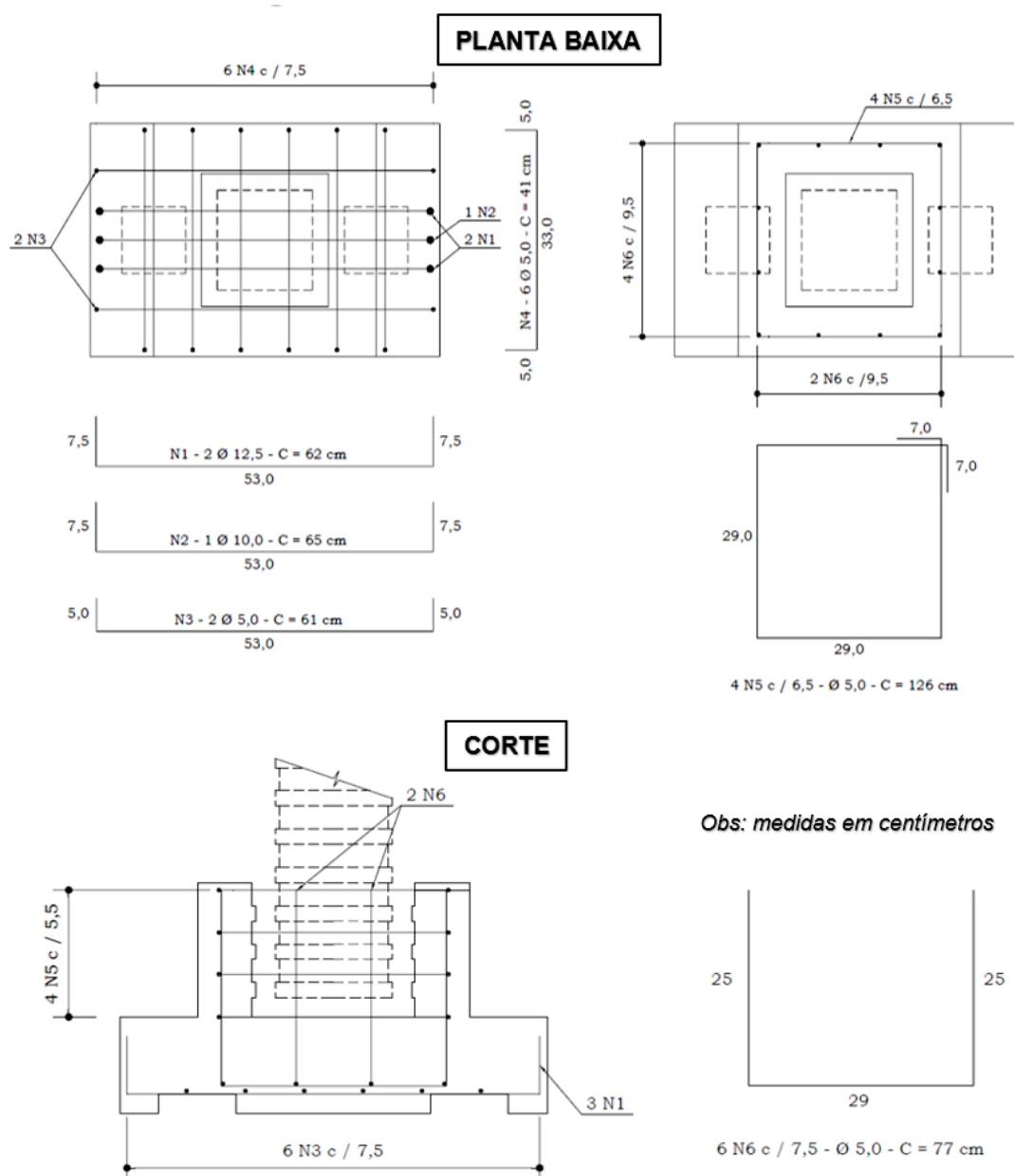
Campos (2007) realiza uma série de verificações em relação ao ângulo de inclinação das bielas, verificação de tensão em regiões nodais junto ao pilar e estacas e verificação de tensão nas bielas, que não serão apresentados neste trabalho.

A armadura principal de tração (tirantes) corresponde a duas barras de 12,5 mm de diâmetro, mais uma barra de 10 mm de diâmetro disposta sobre as estacas metálicas, somando assim, um $A_{s,ef}$ de $3,3 \text{ cm}^2$ – conforme a Figura 113.

Foram incluídas no modelo também, algumas armaduras construtivas de distribuição, conforme apresentado no detalhamento final das peças – Figura 113.

Cabe ressaltar que, tanto no trabalho de Campos (2007) quanto no presente estudo, não foram utilizados coeficientes de majoração de cargas e minoração das resistências dos materiais, pois pretende-se simular a peça sem considerar nenhuma reserva da segurança relativa aos coeficientes.

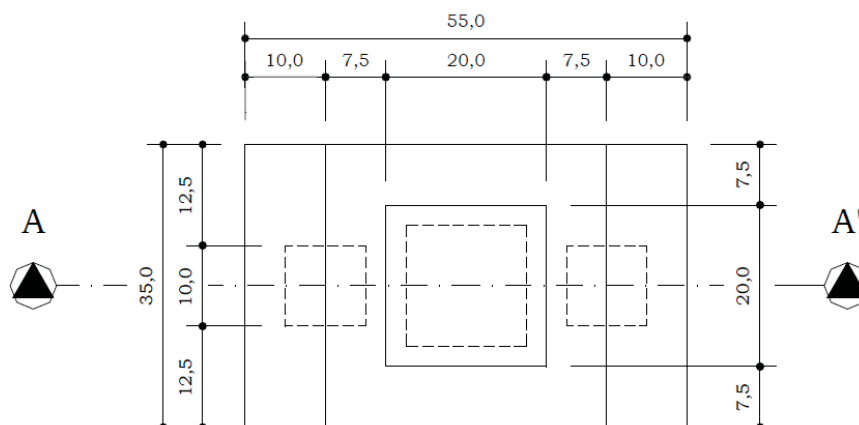
Figura 113 – Armadura do Bloco e Colarinho



Fonte: (Campos, 2007)

A geometria do problema está apresentada em corte na Figura 112 e em planta na Figura 114.

Figura 114 – Planta baixa das dimensões do bloco ensaiado



PLANTA BAIXA

Medidas em [cm]

Fonte: (Campos, 2007)

5.3.1. Modelo 1 (Análise não-linear)

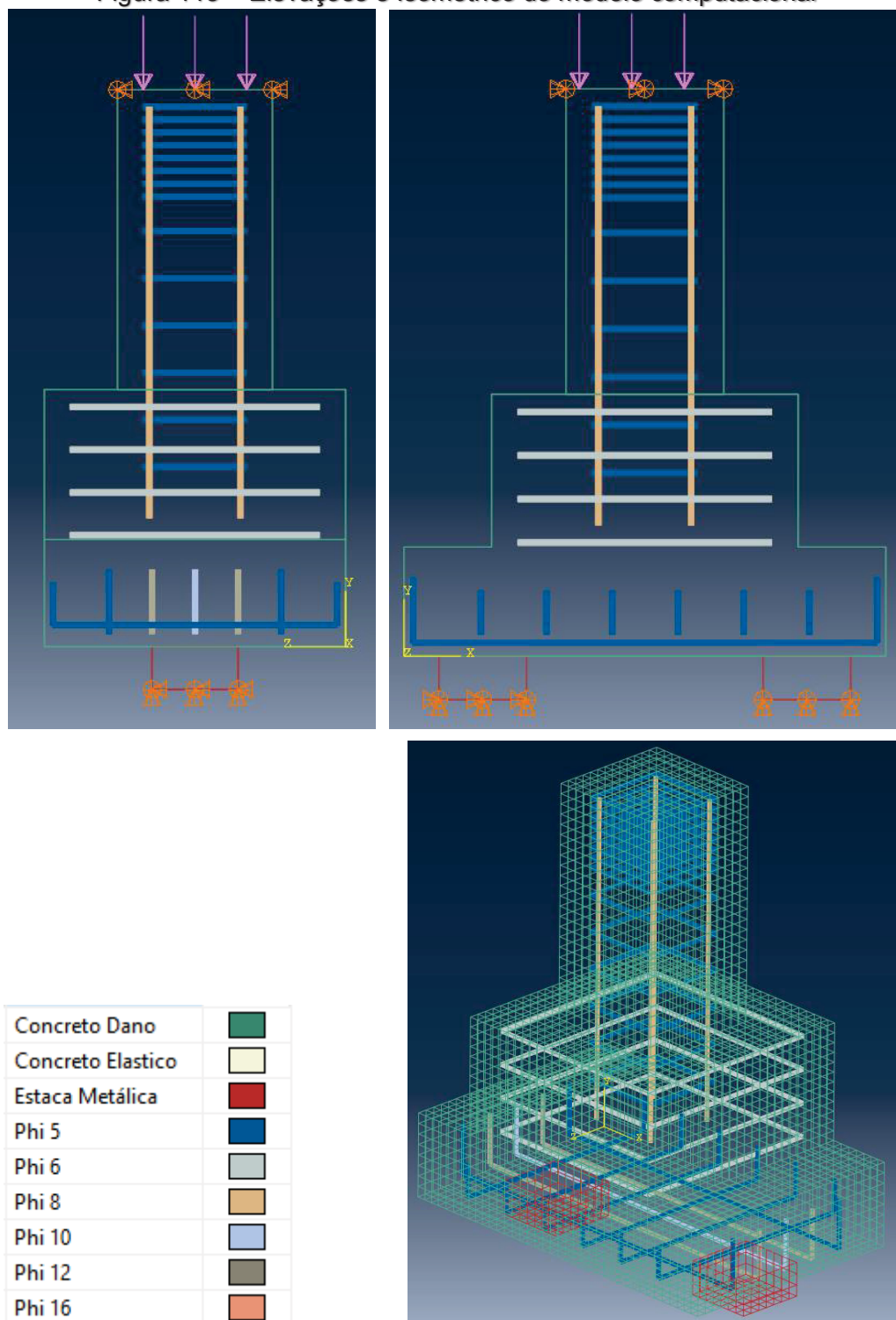
O modelo computacional foi construído levando-se em consideração todas as dimensões e armaduras apresentadas no item anterior. Os materiais utilizados nas simulações foram os mesmos apresentados no capítulo de metodologia deste trabalho, e as armaduras foram discretizadas no modelo utilizando a técnica “*embedded region*” também já apresentada.

Na Figura 115 é possível visualizar a geometria do modelo computacional e o posicionamento das armaduras de forma bem fidedigna com a do bloco sobre estacas simulado por Campos (2007). Também estão representadas nas elevações da Figura 115, as condições de contorno do problema, sendo em uma das estacas o deslocamento restringido em todas as direções ($u_x=u_y=u_z=0$), e na outra estaca, os seus deslocamentos travados em apenas duas direções ($u_y=u_z=0$), isto é, podendo a peça se deslocar no sentido dos tirantes principais.

Na face superior do pilar é aplicada uma carga do tipo pressure, de forma incremental até a sua ruptura. Nesta face, também foi colocada uma restrição ao deslocamento no plano transversal ($u_y=u_z=0$) para simular o atrito entre a prensa hidráulica e o pilar.

Pretende-se nesta simulação encontrar respostas similares as encontradas por Campos (2007).

Figura 115 – Elevações e Isométrico do modelo computacional



Fonte: Elaborado pelo autor.

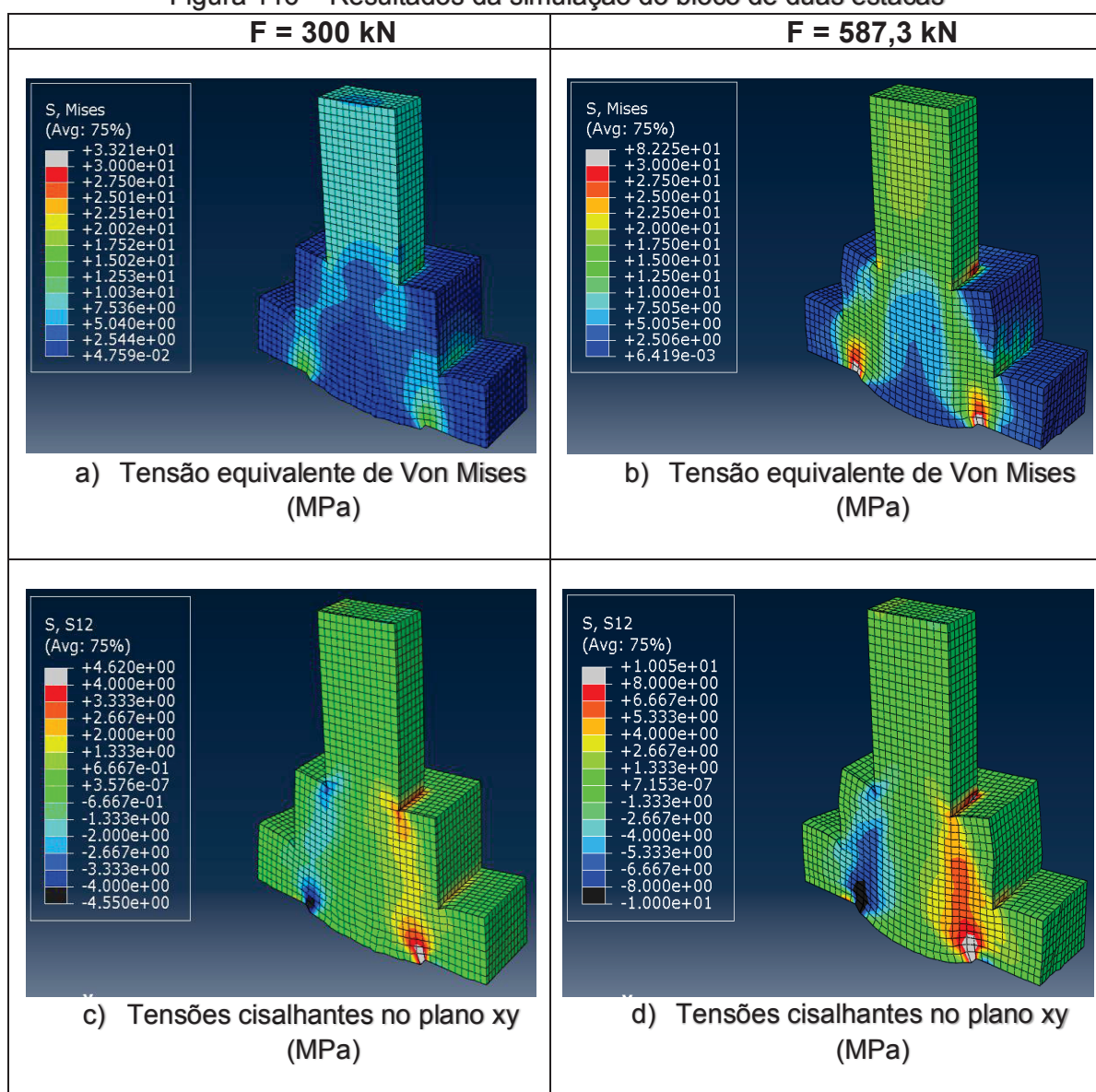
A malha gerada foi discretizada com 18682 elementos hexaédricos do tipo C3D8R com dimensões médias em torno de 15 mm para simular o concreto e 1493 elementos

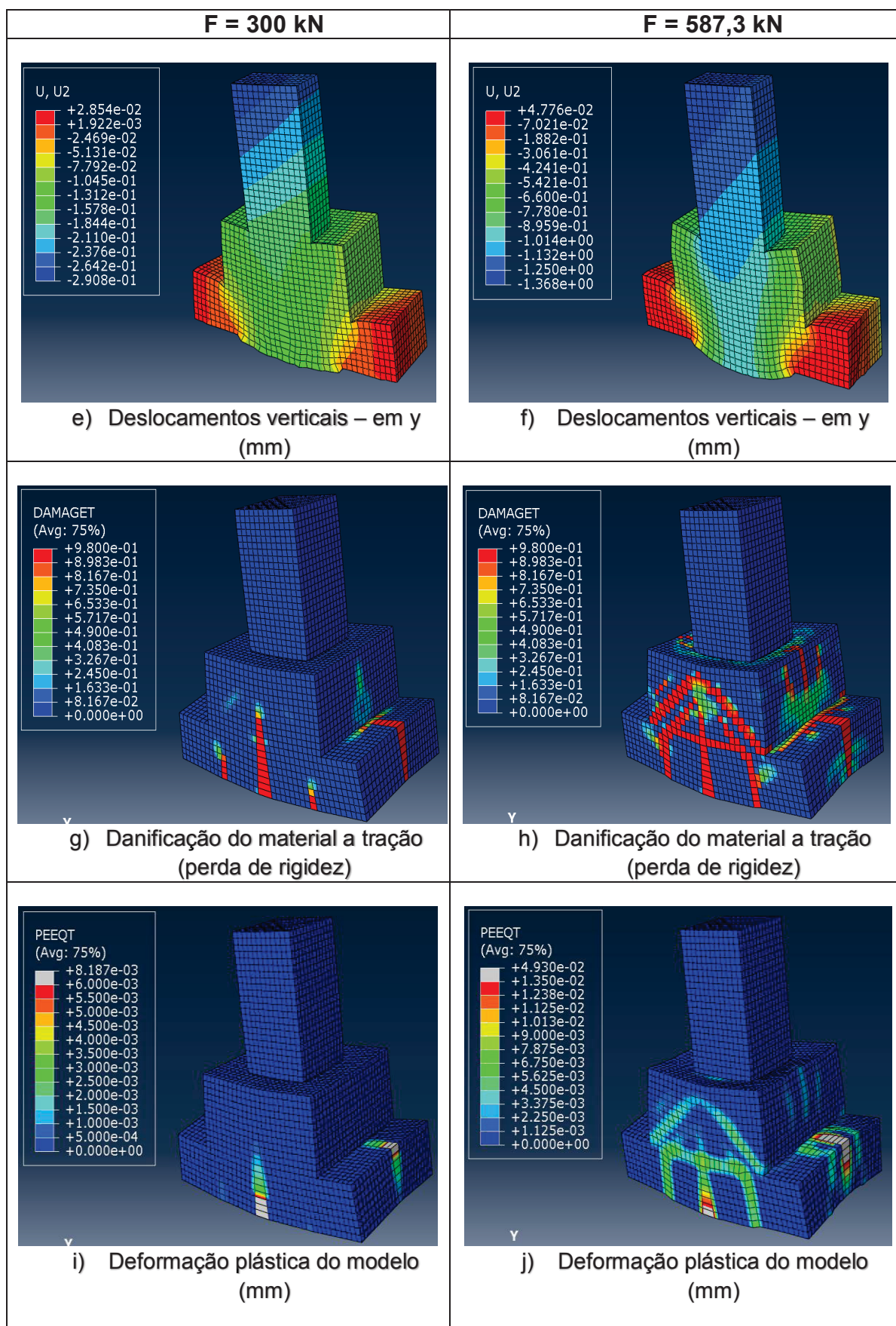
bi lineares do tipo “beam”, também com dimensões médias de 15 mm – procurando-se uma distribuição estruturada e simétrica de elementos em todo o domínio. No desenho isométrico apresentado na Figura 115 é possível visualizar a malha de elementos finitos gerada para a simulação dos modelos.

Nesta simulação, os resultados serão apresentados em dois estágios distintos da história de carregamento, sendo o primeiro referente ao instante onde a peça é submetida ao esforço usado no dimensionamento (30 kN) e o segundo, no instante anterior ao seu colapso.

As tensões e deslocamentos serão apresentados a partir de um plano longitudinal que corta a peça – plano este, que passa pelo centro das estacas e do pilar – Figura 116 itens (a) ao (f).

Figura 116 – Resultados da simulação do bloco de duas estacas





Fonte: Elaborado pelo autor

Campos (2007) explica que, devido à grande largura do bloco em relação as estacas, houve dificuldade para realizar uma análise mais detalhada acerca do motivo do colapso do bloco. Segundo o autor, o esmagamento das bielas ocorreu de modo simultâneo no concreto junto as estacas e ao pilar.

Geralmente a ruptura de um elemento de concreto não se dá somente por um motivo pontual, e sim, por um conjunto de falhas que incluem plastificações em diversos locais da estrutura e fissuração generalizada levando-a a perda de equilíbrio. Portanto, encara-se o colapso de uma estrutura de concreto como um fenômeno global, não sendo o foco da discussão apontar a causa principal da ruptura.

Visto isso, para comparação entre os modelos experimentais e computacionais, serão usadas as forças últimas de carregamento, associadas ao instante de ruptura, o deslocamento vertical e horizontal da peça, o padrão de fissuração encontrado e a deformação nas armaduras dos tirantes principais.

Na Tabela 9 foi feita uma comparação entre os carregamentos últimos (F_u) dos blocos ensaiados experimentalmente e computacionalmente. Houve pouca diferença entre as cargas finais no instante da ruptura – próximo a 1 %. Na tabela é apresentado um comparativo entre a carga teoricamente usada no dimensionamento (F_{teo}) e a de colapso (F_u), ambos os modelos apresentaram uma reserva de carga próxima de 95% em relação aos esforços usados no dimensionamento. A armadura efetivamente empregada por Campos (2007) resiste teoricamente à uma força de 379,6 kN (F_{proj}), isto aconteceu pois foi preciso respeitar um arranjo baseado em bitolas comerciais. Portanto, a reserva de carga efetiva desta estrutura, nos dois modelos, ficou próxima de 54% superior ao estimado no dimensionamento.

Tabela 9 – Força última (ruptura) entre os modelos

Carregamento Último					
	F_u (kN)	F_{teo} (kN)	F_{proj} (kN)	F_u/F_{teo}	F_u/F_{proj}
Modelo Experimental (Campos 2007)	581,0	300	379,6	1,936	1,530
Modelo Computacional (presente trabalho)	587,3	300	379,6	1,957	1,547
Diferença	1,07%				

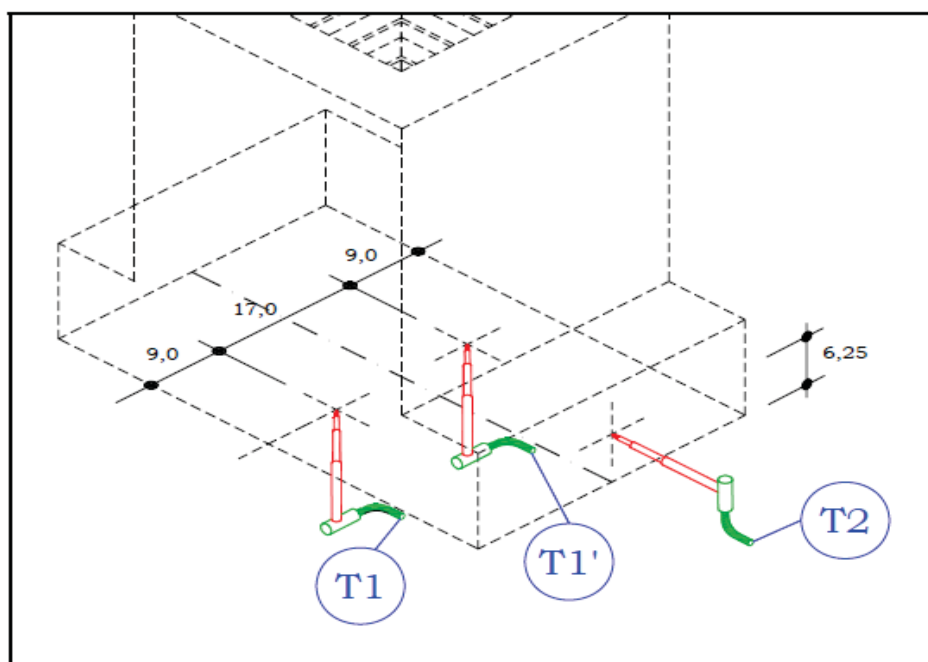
Fonte: Elaborado pelo autor

A partir destes resultados, é possível concordar com o discutido por Campos (2007), de que o dimensionamento feito a partir das recomendações de Melo (2004),

acerca do Método das Bielas desenvolvido por Blevot e Fremy (1967), levam a um esquema conservador de armaduras.

Os deslocamentos verticais no centro da base do bloco (T1) e horizontais na face externa perpendicular ao eixo longitudinal do bloco (T2), foram comparados para a força de projeto (F_{proj}) e para a força de ruptura (F_u). Foi feita uma média simples entre T1 e T1' para comparação com os resultados encontrados computacionalmente – Figura 117.

Figura 117 – Posicionamento dos transdutores de deslocamento por Campos



Fonte: (Campos, 2007)

Nota-se, em um primeiro momento na Tabela 10, uma diferença significativa nos deslocamentos entre os modelos experimental e numérico, principalmente, os deslocamentos verticais (cerca de cinco vezes superior para a força de projeto). O autor acredita que como o elemento em estudo possui elevada rigidez, e consequentemente, possui valores muito pequenos (na ordem de poucos milímetros) para seus deslocamentos, a análise fica comprometida, já que qualquer alteração, mesmo que mínima, entre as simulações, se torna significativa. Ressalta-se também, que a simulação computacional faz algumas simplificações, como a não consideração do escorregamento do aço na interface com o concreto (hipótese de aderência perfeita) e a consideração do dano de forma distribuída (não apresenta as fissuras discretizadas na malha de elementos finitos), fatores que podem influenciar na não convergência destes resultados.

Tabela 10 – Comparação entre os deslocamentos dos modelos

Deslocamentos							
	F (kN)	T1 (mm)	T2 (mm)		F	T1e/T1c	T2e/T2c
Modelo Experimental	Fu = 581,0	2,64	0,43		Fu	2,61	0,54
	Fproj = 379,6	1,86	0,08				
Modelo Computacional	Fu = 587,3	1,01	0,8		Fproj	5,31	0,26
	Fproj = 379,6	0,35	0,31				

Fonte: Elaborado pelo autor

Para uma análise mais realista, poderiam também ser feitos testes experimentais no concreto, efetivamente empregado na análise experimental, para assim, gerar um modelo constitutivo específico para esta simulação. Na falta destes dados, foram usados parâmetros padrões apresentados no capítulo 4. Este fator também, poderia contribuir para alcançar um resultado mais próximo entre os deslocamentos dos modelos.

Apesar disso, considera-se a resposta encontrada satisfatória, tendo em vista, que a ordem de grandeza dos resultados está coerente entre os modelos. Esta comparação dos deslocamentos totais faria mais sentido em experimentos de peças de menor rigidez sujeitas a esforços predominantemente flexionais, onde existiriam valores mais significativos para este parâmetro.

O padrão de fissuração encontrado no modelo computacional seguiu uma configuração bem próxima da prevista pelo modelo experimental. Ao comparar os itens (h) e (j) da Figura 116 com as fissuras encontradas no bloco experimental – Figura 118 – é possível perceber a boa concordância entre os resultados. Em ambos os modelos, observa-se a formação de fissuras relativas à tração subindo verticalmente da base do bloco em direção ao colarinho e fissuras inclinadas no local onde, supostamente, estariam localizadas as bielas de compressão (devido a força cortante existente no elemento).

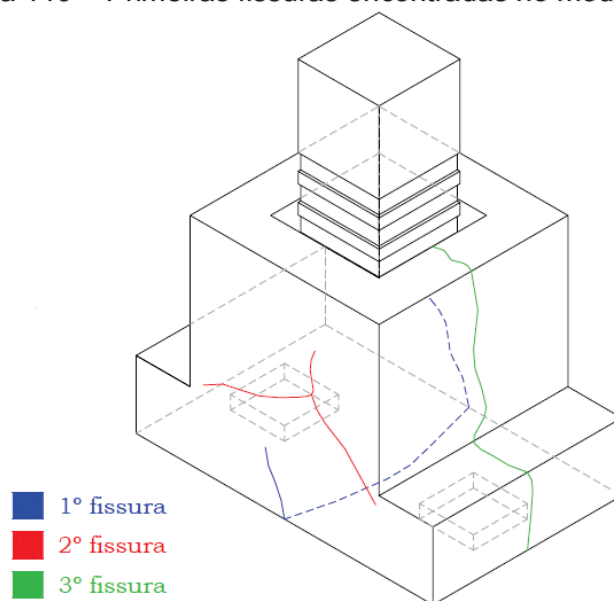
Figura 118 – Fissuras no modelo experimental para carga de ruptura



Fonte: (Campos, 2007)

Nos itens (g) e (i) da Figura 116 é possível ver o local previsto, computacionalmente, para o surgimento das primeiras fissuras do modelo. Este resultado ficou bem coerente com os dados apresentados por Campos (2007), relacionado ao aparecimento das primeiras fissuras nas análises experimentais conforme apresentado na Figura 119.

Figura 119 – Primeiras fissuras encontradas no modelo experimental

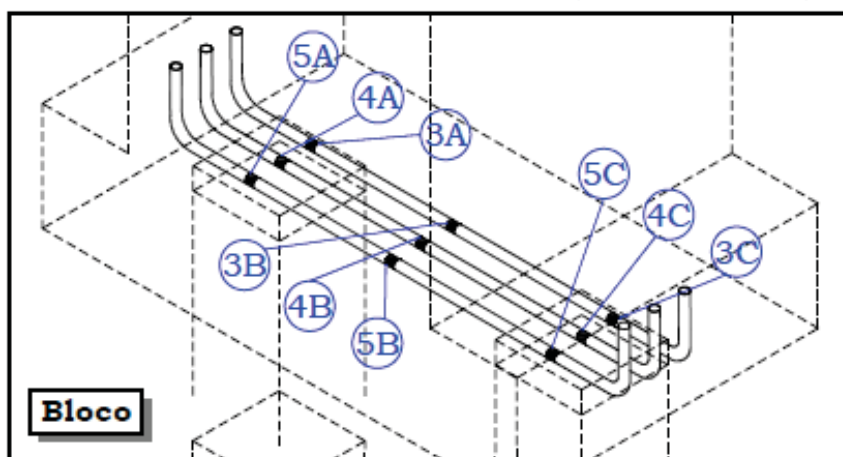


Fonte: Adaptado de (Campos, 2007)

De forma geral, mesmo sabendo que o modelo de dano plástico não é o mais indicado para encontrar a localização exata de trincas e fissuras em peças de concreto armado, foram alcançados excelentes resultados acerca da configuração de formação das fissuras. Considera-se a resposta do modelo computacional também satisfatória nesta comparação.

Finalmente, procura-se comparar a deformação nos tirantes principais da face inferior do bloco a partir de extensômetros usados por Campos (2007) e indicados por (3B), (4B) e (5B) na Figura 120. Será usado para comparação, a deformação média entre os três extensômetros citados.

Figura 120 – Posicionamento dos extensômetros para o modelo experimental



Fonte: (Campos, 2007)

Na Tabela 11 se apresenta a deformação dos tirantes para o instante da ruptura do bloco. Foi encontrado uma diferença de aproximadamente 11% entre as análises computacionais e experimentais para este quesito, mostrando assim, boa concordância entre os modelos propostos. Observa-se que em ambos os modelos as armaduras dos tirantes já se encontram em patamar de escoamento (deformação maior que 2‰), logo, estão suportando uma tensão maior que a tensão característica do aço (500 MPa).

Tabela 11 – Comparação entre deformação da armadura nos tirantes principais

Deformação média nos tirantes principais		
	Fu (kN)	ε (‰)
Modelo Experimental	581,0	2,67
Modelo Computacional	587,3	2,41
Diferença	1,07%	10,79%

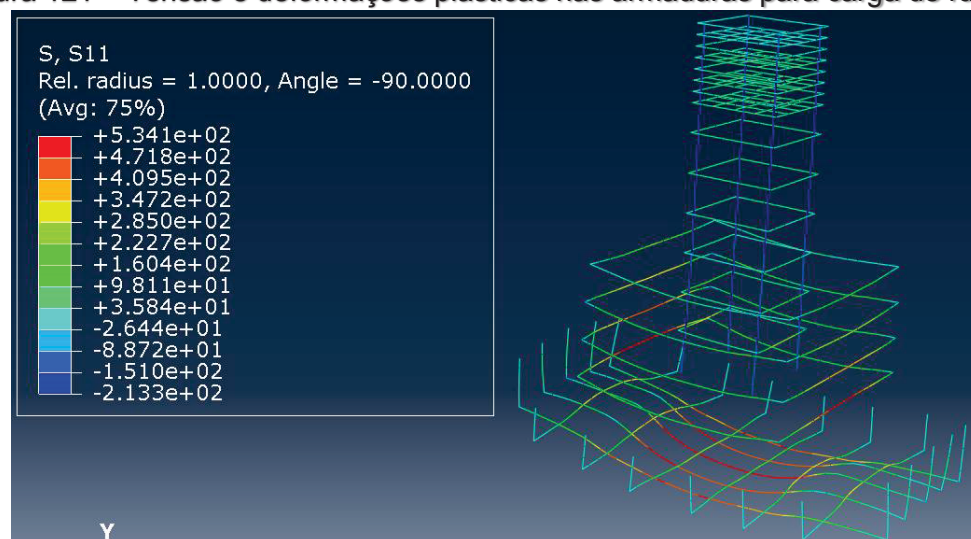
Fonte: Elaborado pelo autor

Na Figura 121 item (a) estão representadas as tensões nas armaduras para o instante que antecede a ruptura. É possível observar que os tirantes principais estão

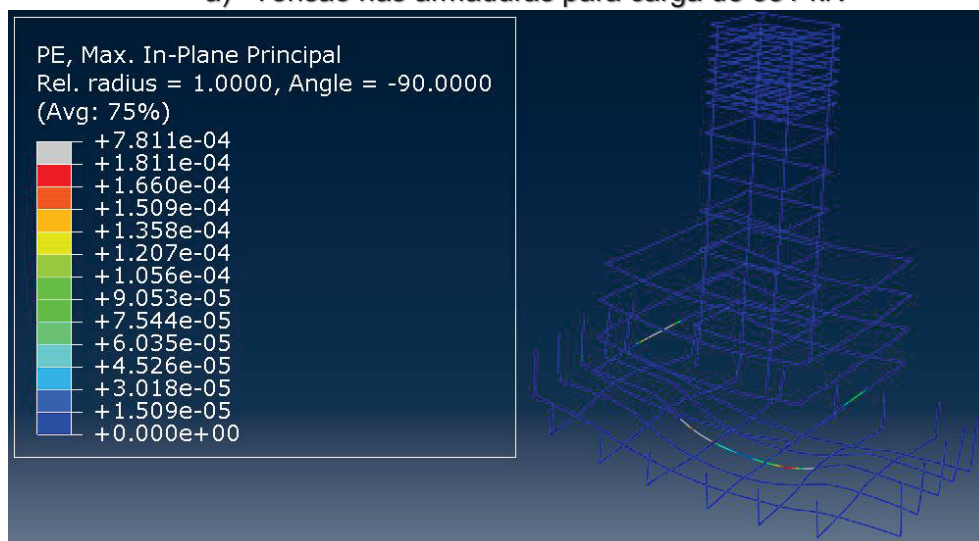
trabalhando em uma tensão que chega a 534 MPa (regime plástico). Já as armaduras construtivas possuem tensões médias de trabalho entre 100 MPa e 250 MPa (regime elástico). Assim, mesmo as armaduras complementares estando submetidas a tensões mais baixas que as máximas resistidas pelo material, é inegável que elas contribuem para o aumento da capacidade resistente última da peça, fornecendo uma maior ductilidade a estrutura. É possível notar também, as barras longitudinais do pilar sujeitas a tensões de compressão (213 MPa).

No item (b) da Figura 121 estão apresentados os pontos aonde ocorreu o escoamento (deformação plástica) das armaduras do bloco. Nota-se, que um dos estribos da base do colarinho também está submetido ao regime plástico no momento da ruptura.

Figura 121 – Tensão e deformações plásticas nas armaduras para carga de ruptura



a) Tensão nas armaduras para carga de 581 kN



b) Deformações plásticas para carga de 581 kN

Fonte: Elaborado pelo autor.

6. Conclusão e sugestões para trabalhos futuros

Esta pesquisa teve como objetivo contribuir para o avanço da simulação de peças estruturais de concreto armado, apresentando ao meio técnico e científico modelos computacionais desenvolvidos por pacotes comerciais de elementos finitos e baseados na mecânica do dano plástico. Aqui, serão abordadas as conclusões deste trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.

6.1. Conclusão

A partir dos modelos e resultados apresentados no Capítulo 5 é possível entender de forma mais refinada a importância e influência que as armaduras exercem em relação ao comportamento dos elementos estruturais de concreto armado.

Nos modelos apresentados, observou-se que as armaduras complementares, exercem uma influência considerável sobre a reserva de resistência dos elementos de concreto armado. Na segunda simulação apresentada (viga-parede), é possível verificar entre o modelo 4 e o modelo 5 um ganho de aproximadamente 18% na resistência última da viga-parede, somente por conta da consideração das armaduras complementares (estribos verticais e horizontais). Além deste fator, a resistência do concreto à tração, usualmente desconsiderada para dimensionamento, e a deformação do elemento em busca de uma configuração de equilíbrio (não-linearidade geométrica e redistribuição de esforços) também exercem influência sobre o comportamento global nos elementos de concreto armado, aumentando assim, a sua resistência última.

Entende-se que peças calculadas pelo Método das Bielas possuem uma capacidade de carga maior que as usadas durante o processo de dimensionamento. Assim sendo, o Método das Bielas é considerado um método conservador e válido para dimensionamento. O autor não entende isso como uma desvantagem do método, pois quando se trata de elementos descontínuos, a distribuição de tensões não segue um padrão único, portanto, é importante o projetista ter uma reserva de segurança ao lançar mão destes modelos. Também é importante mencionar, que por ser um método subjetivo, sem unanimidade acerca dos melhores modelos para a concepção das escoras e tirantes e depender intrinsecamente da experiência do engenheiro, é importante o conservadorismo do método.

Estruturas flexíveis e sujeitas a esforços predominantemente flexionais analisadas pelos métodos correntes de dimensionamento (hipótese de Euler-Bernoulli-Navier) possuem uma menor reserva de resistência em sua capacidade última quando comparado a estruturas descontínuas (“Regiões D”). Enquanto a viga simulada no primeiro experimento teve uma reserva de carga aproximadamente 15% superior a carga última prevista, os dois elementos descontínuos simulados obtiveram um ganho de resistência médio próximo a 60%. Com base nos modelos propostos, conclui-se que é possível simular, de maneira satisfatória, o padrão de fissuração de elementos de concreto armado a partir do uso da teoria do dano plástico e de malhas refinadas de elementos finitos.

A partir dos modelos apresentados, é possível notar que o campo de tensões encontrado durante as fases de carregamento depende intrinsecamente do esquema de armaduras utilizadas, isso evidencia o fato de que existem vários modelos de escoras e tirantes possíveis e seguros para um mesmo problema. Assim, conclui-se que elementos de concreto armado possuem uma excelente capacidade para se adaptar a diferentes esquemas de escoras e tirantes. Isso devido a sua capacidade de redistribuição de tensões e readaptação plástica.

Por fim, a utilização de armaduras construtivas, fornecem uma boa reserva de segurança as “Regiões D”, mesmo estas tendo como principais funções facilitar a montagem da armação dos elementos e reduzir patologias nas estruturas. Algumas normas mais modernas, como o ACI 318-14, começaram a permitir que a resistência última do concreto (para verificação das escoras) seja majorada em função da taxa de armadura construtiva, para considerar o efeito de amarração que a armadura gera nas escoras.

6.2. Sugestões para trabalhos futuros

Apesar desta pesquisa apresentar avanços nesta área, ainda existe muito caminho a ser percorrido para implementar um modelo computacional que simule perfeitamente as estruturas de concreto armado. Atualmente seria impraticável aplicar estas técnicas não-lineares em projetos correntes de engenharia, principalmente, devido à demanda de tempo para a sua implementação e ao seu grande custo computacional. Porém o autor acredita que este tipo de simulação tende a se tornar cada vez mais popular com o avanço da informática e do conhecimento.

Apresentam-se algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Estudar a construção de modelos computacionais que considerem de forma refinada o escorregamento da armadura na interface com os elementos de concreto. No capítulo três deste trabalho são comentadas algumas técnicas para esta implementação que podem ser encontradas na literatura.
- Realizar um estudo de qual o percentual de ganho de resistência das escoras comprimidas devido a presença de diferentes taxas de armaduras construtivas. Fornecendo ao engenheiro mais uma alternativa para armar as peças que possuem elevados valores de força cortante.
- Realizar simulações experimentais que possibilitem a construção de modelos constitutivos computacionais refinados para o concreto que, de fato, será utilizado nas simulações práticas. Desta forma, os dados usados para a geração dos modelos computacionais dos materiais deveriam ser mais precisos, o que significa considerar as propriedades elásticas e mecânicas determinadas todas experimentalmente.
- Testar outras configurações de escoras e tirantes para problemas semelhantes, variando o posicionamento dos elementos e as taxas de armaduras.
- Espera-se que com novos trabalhos nesta área de pesquisa, seja possível melhorar a concordância dos resultados entre os campos numérico e experimental, a fim, de que futuramente seja possível, a partir de análises computacionais não-lineares, obter respostas precisas e refinadas acerca do comportamento real de peças em concreto armado, com o objetivo final de popularizar este tipo de simulação em projetos correntes, municiando os projetistas de estruturas com mais ferramentas técnicas.

REFERÊNCIAS

ACI COMMITTEE 318-05, **Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, APPENDIX A: Strut-And-Tie Models**. American Concrete Institute, Detroit, 2005.

ALMEIDA, V. S.; SIMONETTI, H. L.; OLIVEIRA NETO, L. (2012) **Análise de modelos de bielas e tirantes para estruturas de concreto armado via uma técnica numérica**. Rev. IBRACON Estrut. Mater. [online]. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1983-41952013000100008&lng=en&nrm=iso>. ISSN 1983-4195.

ARAÚJO, J.M. **Estruturas de concreto: modelos de previsão da fluência e da retração do concreto** Editora Dunas, 2002, Número 4

ARAÚJO, J.M. **Curso de concreto armado**. Volume 1 –Editora DUNAS.2014

ARAÚJO, T. D. P. **Avaliação numérica de prismas de blocos maciços de concreto para a alvenaria estrutural**. Disponível em: <<<https://doi.org/10.20906/CPS/CILAMCE2017-0728>>> November 2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto, Procedimento**. p. 238. 2014.

ABAQUS. (2010). ABAQUS User's Manual. Providence, Rhode Island, USA: Dassault Systèmes. Simulia Corporation.

Beer, F. P., Johnston, R., Dewolf, J. T., & Mazurek, D. F. **Mecânica dos materiais**. 2003. Editora McGraw Hill Brasil

Bendsoe, M. P. **Structural Optimization**, 202, 193–202. 1989.

Bendsoe, M.P., Sigmund O. **Topology Optimization**; Editora: Springer-Verlag Berlin Heidelberg. (2003) 370 p.

Bergmeister, K., Breen, J. E., Jirsa, J. O., Kreger, M. E. **DETAILING FOR STRUCTURAL CONCRETE. FINAL REPORT**. The National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine (1993). 316p.

BLÉVOT, J.; FRÉMY, R. **Semelles sur pieux**. Annales d'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris, 1967, v.20, 230p.

BONO, G.F.F. **Modelos constitutivos para análise tridimensional de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos**. Tese (Doutorado) Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Porto Alegre (2008). 181 p

CAMPOS FILHO, A. **Detalhamento das estruturas de concreto pelo método das bielas e dos tirantes**. 1996. Notas de aula Universidade Federal do Rio Grande Do Sul (1996)

CAMPOS FILHO, A. **Fundamentos da análise de estruturas de concreto pelo método dos elementos finitos**, 116.2003. Apostila (Pós-Graduação em Engenharia Civil) – UFRGS.

CAMPOS, L. D. A. **Análise experimental de bloco de fundação sobre duas estacas , sob carga centrada , para estrutura pré fabricada**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil. 2007.

CARVALHO, Matheus Lopes de. **Análise de confiabilidade de modelos de capacidade resistente de blocos de fundação**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017. doi:10.11606/D.3.2018.tde-05032018-142919. Acesso em: 2019-05-29.

CEB-FIP MC 90 (1993): **Design of Concrete Structures**. CEB-FIP-Model-Code 1990

CECILIO, D. L. **Modelagem e simulação elastoplástica em elementos finitos**. 2011. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Campinas, SP. Disponível em: <<http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/258710>>.

CHEN, Q., & ANDRAWES, B.; **Finite Element Analysis of Actively Confined Concrete Using Shape Memory Alloys**; 2014 Disponível em: <<<https://doi.org/10.3151/jact.12.520>>>

CHEN, W. F., & ZHANG, H. **Plasticity for structural engineers**. Journal of Constructional Steel Research (Vol. 79). 1988.

CHEN, W.F.; HAN D. J.; **Plasticity for Structural Engineers**; Book:Springer-Verlag, Berlin; 1988

COOK, W.D.; MITCHEL, D.; **Studies of Distributed Regions near Discontinuities in Reinforced Concrete Members**. ACI Structural Journal V.85(1988), No.2, 206-216; 1988.

EUROCODE 2: **design of concrete structures**, 1. 1992-1-1, E. 2004.

FOSTER, S.J.,. **Design of non-flexural members for shear**. Cement Concrete Comp. 20, 465–475. 1998.

FRANÇA GUERRA, M. B. B. **Modelos de concepção para estruturas de concreto armado com comportamento não-linear obtidos pelo método de bielas e tirantes e otimização topológica**. 2017. Tese de doutorado apresentado pela Universidade Federal de Minas Gerais disponível em: <http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/BUBD-AW2LS2/50.pdf?sequence=1>

FUSCO, P.B. **Técnica de armar estruturas de concreto armado**, 1ª Edição. São Paulo: Editora Pini, 1994. 382p.

Gilbert, R., & Warner, R.; **Tension stiffening in reinforced concrete slabs**; 1978; Journal of the Structural Division, 104(12), 1885-1900.

GUERRA, M. B. B. F., & GRECO, M. **Modelos de concepção para estruturas em concreto armado com comportamento não linear obtido pelo método de bielas e tirantes e otimização topológica**. Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, Passo Fundo, v. 14, n. 1, p. 59-78, jan. /abr. 2017 Disponível em <<<https://doi.org/10.5335/rsaee.v14i1.6510>>>

HIBBELER, R. C. **Rêsistencia dos Materiais**. Editora *Pearson*. 2009.

HUSSEIN, A., & MARZOUK, H. **Behavior of High-Strength Concrete under Biaxial Stresses** (2000) ACI MATERIALS JOURNAL TECHNICAL PAPER . Title no. 97-M4. p 27-36.

Hsu, L.S.; Hsu, C. - (1994) **Complete Stress-Strain Behaviour of High-Strength Concrete under Compression**. Magazine of Concrete Research, 46, 301-312.

HanGil IT. AStrutTie. **User Manual**. 2017.

Jankowiak, Tomasz & Łodygowski, Tomasz. (2005). **Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model**. Foundations of Civil and Environmental Engineering N. 6 - Poznan University of Technology, Institute of Structural Engineering (ISE) p 53-69. 2005.

KAEFER, Luis Fernando – **Considerações sobre a Microestrutura do Concreto**. <http://www.pcc.usp.br/artigos1.htm>, (2003).

KMIECIK, P., KAMINSKI M., 2011. **Modelling of Reinforced Concrete Structures and Composite Structures with Concrete Strength Degradation Taken into Consideration**. Archives of Civil and Mechanical Engineering. 2011.

KOTSOVOS, M. D. **Finite element Modelling of Structural Concrete** (Vol. 41). 2015. **Publisher:** CRC Press; 1 edition (May 20, 2015)

LEE, J., & FENVES, G. **Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures**, 124(8), 892–900. 1998.

LIANG, Q. Q. (2015). **Performance-Based Optimization of Structures : Theory and Applications**, (September 2004).

LODI, P. C. **Aplicação do Modelo Cam - clay Modificado a um Solo Arenoso**. 1998

LUBLINER, J., OLIVER, J., OLLER, S., Oñate, E. **A plastic-damage model for concrete**. *International Journal of Solids and Structures*, 25(3), 299–326. (1988) Disponível em <<[https://doi.org/10.1016/0020-7683\(89\)90050-4](https://doi.org/10.1016/0020-7683(89)90050-4)>>

ŁUKASZ, J. **Numerical analyses and laboratory testing of concrete composite T-shaped beams without interface adhesion**. 2018. Disponível em: <<<https://doi.org/10.1063/1.5019139>>>

MARTI, P. **Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design**. ACI Journal. V.82, No. 1, January-February, pp 45-56, 1985.

MELLO, A. F. **Análise e dimensionamento de vigas-parede em concreto armado utilizando o método biela-painel**. Dissertação de mestrado - UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ (2015). Disponível em:<<<https://doi.org/10.13140/RG.2.1.1738.7281>>>

MELO, C. E. E. **Manual Munte de Projetos em Pré-Fabricados de Concreto**. São Paulo, Editora Pini. (2004).

MENIN, R. C. G., TRAUTWEIN, L. M., & BITTENCOURT, T. N. **Smeared Crack Models for Reinforced Concrete Beams by Finite Element Method/ Modelos de Fissuração Distribuída em Vigas de Concreto Armado pelo Método dos Elementos Finitos**. IBRACON Structures and Materials Journal, 2(2), 166–200. 2009.

MESQUITA, A. D. **Novas metodologias e formulações para o tratamento de problemas inelásticos com o acoplamento MEC/MEF progressivo**. Tese de doutorado - Universidade de São Paulo (USP). Escola de Engenharia de São Carlos 2002.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto Microestrutura, Propriedade e Materiais** - 2ª Edição. Ed.: IBRACON. ISBN.:978-85-98576213. Português, p. 751, 1994.

MICHAŁ, S., & ANDRZEJ, W. **Calibration of the CDP model parameters in Abaqus**. 2015.

MORANVILLE-R., M. **Microstructure of high performance concrete**. In: MALIER, Y. High performance concrete – from material to structure. London, E and FN Spon, P3-13. 1992.

MUNHOZ, F. S. **Análise experimental e numérica de blocos rígidos sobre duas estacas com pilares de seções quadradas e retangulares e diferentes taxas de armadura**. Tese de doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos; 2014.

NAJAFGHOLIPOUR, M. A., DEHGHAN, S. M., DOOSHABI, A., & NIROOMANDI, A. **Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beam-Column Connections with Governing Joint Shear Failure Mode**, 1200–1225. 2017.

NAYAL, R., & RASHEED, H. A. **Tension Stiffening Model for Concrete Beams Reinforced with Steel and FRP Bars**. Journal of Materials in Civil Engineering, 18(6), 831–841. 2006. Disponível em:<<[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0899-1561\(2006\)18:6\(831\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0899-1561(2006)18:6(831))>>

NGO, D.; SCORDELIS, A. C. **“Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams,”** ACI Journal, Vol. 64, 1967, pp. 152-163.

OBAIDAT, Y. T. **Structural retrofitting of concrete beams using FRP - Debonding Issues**. Tese de Doutorado - Department of Construction Sciences Structural Mechanics

- Lund University. 2011.

PANTOJA, J. da C. **Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes**. 2012. TESE apresentada a Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-RIO) (2012)

PINHEIRO BUFFON, L. **Formulações do Método dos Elementos de Contorno para a análise mecânica de domínios planos não-homogêneos enrijecidos**. Dissertação de mestrado - Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, (2018). 146 p.

PRATES AGUIAR, O. **Estudo do Comportamento de Conectores Crestbond em Pilares Mistos Tubulares Preenchidos com Concreto**. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais 2015.

PROENÇA, S. P. B. **Sobre Modelos Matemáticos do Comportamento Não-LINEAR DO CONCRETO: Análise Crítica e Contribuições**. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos (1988). Disponível em <<<https://doi.org/10.13140/RG.2.1.4221.3203>>>

ROTS, J. G. **Smeared and discrete representations of localized fracture**. *International Journal of Fracture*, 51(1), 45–59. 1991. Disponível em <<<https://doi.org/10.1007/BF00020852>>>

SANTOS, D.M. **Projeto de estruturas de concreto com auxílio de modelos de bielas e tirantes**, ABECE. São Paulo, 2013. 171p

SANTOS, D.; **Análise de vigas de concreto armado utilizando modelos de bielas e tirantes**. Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia de São Paulo. p 61–90. 2008.

SCHAFER, H. **A contribution to the solution of contact problems with the aid of bond elements**. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 6. pp 335-354. North-Holland, Amsterdam (1975)

SCHLAICH, J., SCHAFER, K., & JENNEWEIN, M. **Toward a Consistent Design of Structural Concrete**. 1987.

SILVA, R. C., & GIONGO, S. J. **Modelo de Bielas e Tirantes Aplicados a Estruturas de Concreto Armado**. 2000.

SORIANO, H. L. **Elemento Finitos; Formulação e Aplicação na Estática e Dinâmica das Estruturas**. 2009.

SOUZA, R. A. **Concreto Estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades**. Tese de doutorado. USP – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia e Fundações. São Paulo, 2004.

SU, X. T., YANG, Z. J., & LIU, G. H. **Monte Carlo simulation of complex cohesive fracture in random heterogeneous quasi-brittle materials: A 3D study**. *International*

Journal of Solids and Structures, 47(17), 2336–2345. 2010. Disponível <<<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2010.04.031>>>

TAO, Y., & CHEN, J. F. **Concrete Damage Plasticity Model for Modeling FRP-to-Concrete Bond Behavior**, 1–13. 2016. Disponível em <<[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CC.1943-5614.0000482](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000482)>>.

TOWATA SATO, H. **Dimensionamento de regiões D através do método dos elementos finitos e do método de bielas e tirantes aliado à otimização topológica**. Dissertação de mestrado - Escola politécnica da Universidade de São Paulo (2015).

Wahalathantri, B.L.,Thambiratnam, D.P.,Chan, T.H.T., &Fawzia, S.(2011). **A material model for flexural crack simulation in reinforced concrete ele-ments using ABAQUS**. InProceedings of the First International Confer-ence on Engineering, Designing and Developing the Built Environment forSustainable Wellbeing, Queensland University of Technology, QueenslandUniversity of Technology, Brisbane, Qld, pp. 260-264.

WU, J. Y., LI, J., & FARIA, R. An energy release rate-based plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, 43(3–4), 583–612. 2006. Disponível em << <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2005.05.038>>>

YANG, Z. J., CHEN, J. F., & PROVERBS, D. **Finite element modelling of concrete cover separation failure in FRP plated RC beams**. *Construction and Building Materials*, 17(1), 3–13. 2003. Disponível em << [https://doi.org/10.1016/S0950-0618\(02\)00090-9](https://doi.org/10.1016/S0950-0618(02)00090-9)>>